

# Miniprojet automation - bille sur rail

ORVIK Oskar, JOHNSEN Brage & TABAN Aleksander

INSA Toulouse - DGEI - 4AE-SE

16 avril 2026

# Sommaire

- 1 Introduction
- 2 Identification du système rail
  - Analyse du schéma bloc du système rail
  - Mise en œuvre de N4SID
  - Test du modèle obtenu avec N4SID
  - Fonction transfert du système : Rail
  - Calcul du correcteur du système :  $K_p$
- 3 Loi de commande du bille sur rail
  - Système bouclé avec la bille
  - Transformation position - tension
  - Analyse des fréquences importantes au système
  - Calcul des paramètres du correcteur avance de phase
- 4 Vérification
  - Vérification expérimentale
  - Vérification de la marge de phase
- 5 Conclusion

# Introduction

Le bille sur rail est une manipulation où le but est de stabiliser une bille sur un rail. Le rail est commandé par une tension, et les données lues sont l'angle du rail et la position de la bille. La position est achevé à l'aide d'un lecture d'impedance.

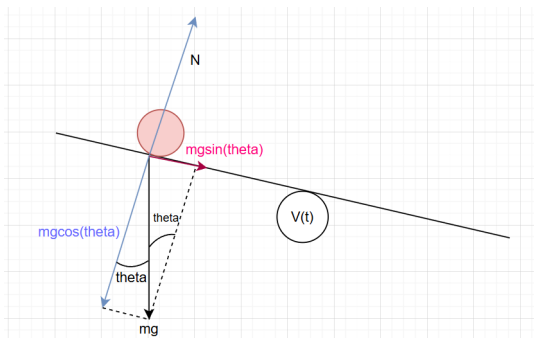


Figure 1 – Schéma de forces de la bille sur rail

# Analyse du schéma bloc du système rail

L'identification du système se fait en bouclé fermé.

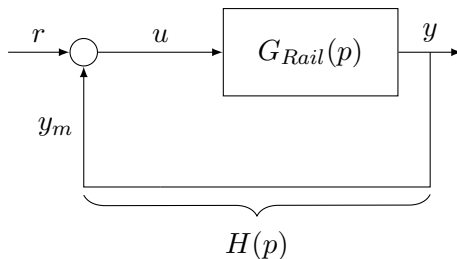


Figure 2 – Schéma-bloc décrivant le système rail

# Mise en œuvre de N4SID

Nous utilisons la fonction MATLAB "multisine()" pour générer un signal de test de ce système.

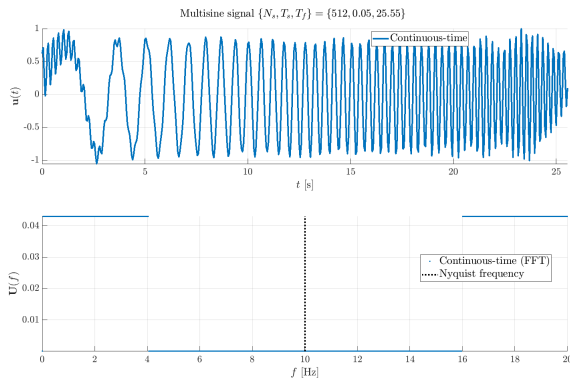


Figure 3 – Le signal d'entrée, de type "multisine" entre 0.1Hz et 4Hz

## Test du modèle obtenu avec N4SID

Nous trouvons la fonction de transfert en utilisant la fonction MATLAB "n4sid()" en temporel et fréquentiel.

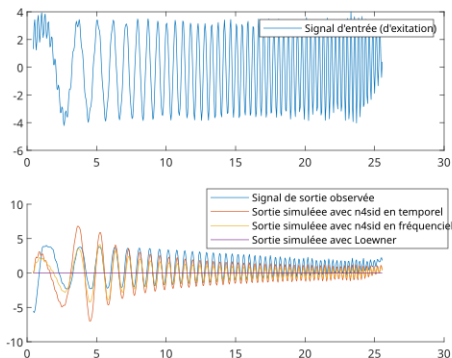


Figure 4 – Comportement des différents modèles obtenus

Après comparaison, nous avons choisi "temporel ordre 2".

## Fonction transfert du système : Rail

Cela nous avait mené à résumer le système du rail à la fonction de transfert suivante :

$$H(z) = \frac{0,2977z^{-1} - 0,2962z^{-2}}{1 - 1,825z^{-1} + 0,8496z^{-2}}$$

Après avoir trouvé le modèle souhaité, nous avons ensuite retrouvé la vraie fonction transfert du rail après un `d2c()` :

$$H(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)} \Rightarrow G(p) = \frac{H(p)}{1 - H(p)}$$

## Calcul du correcteur du système : $K_p$

Nous avons conçu un retour PID pour le système du rail. Après avoir parlé avec le professeur, il nous a dit que le système est déjà équipé d'un integrateur. Donc nous avons choisi un système bouclé avec un simple correcteur P. Comme nous pouvons voir ci-dessous :

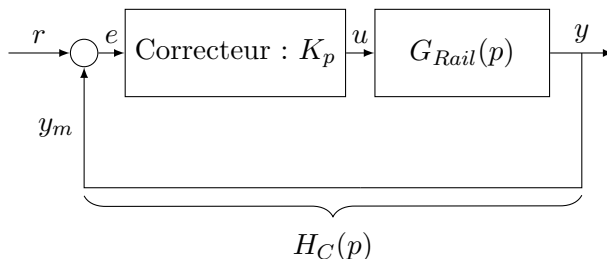


Figure 5 – Schéma-bloc décrivant le système rail avec correcteur



Après avoir conçu le système avec `n4sid()`, nous avons retrouvé la fonction de transfert :

$$H(p) = \frac{6,464p + 0,6686}{p^2 + 3,261p + 10,52}$$

À l'aide de la fonction de transfert du système rail, nous avons recalculé la nouvelle fonction transferte avec le gain proportionnel en boucle fermée :

$$G(p) = \frac{H(p)}{1 - H(p)} = \frac{5,564p^3 + 18,72p^2 + 60,43p + 6,058}{p^4 + 0,5397p^3 + 10,14p^2 - 0,9659p + 89,3}$$

$$G_{BF \ K_p}(p) = \frac{K_p G(p)}{1 + K_p G(p)}$$

Finalement, on essaie des valeurs différentes pour  $P$  pour observer le temps de réponse en boucle fermée avec correcteur.

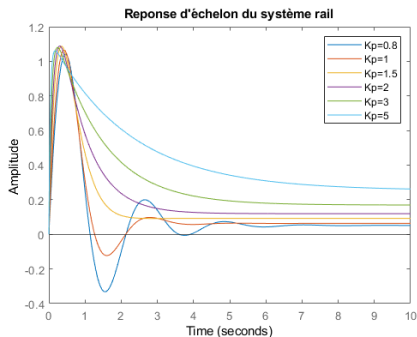


Figure 6 – Réponse à un échelon avec des  $K_p$  différents

Nous avons choisi  $K_p = 1$ , bien rapide.

# Système bouclé avec la bille

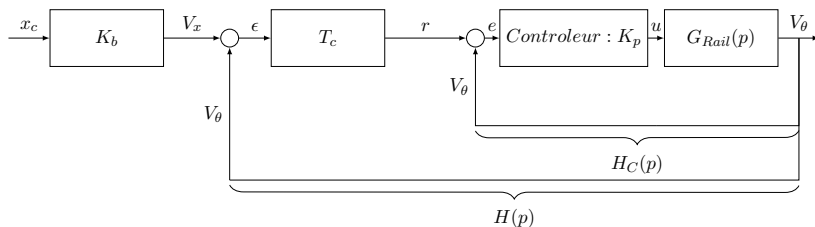


Figure 7 – Schéma-bloc décrivant le système bille sur rail en entier

Nous aimerions que l'entrée du système soit une position souhaité pour la bille, entre -50cm et +50cm. Commençons donc par trouver un  $K_b$  pour transformer la position en tension.

## Transformation position - tension

Nous avons calculé la fonction de transfert à partir des equations mecaniques :

$$\sum F_x = m\ddot{x} = mg \sin(\theta(t))$$

Or,  $\theta \approx 0$ . Nous pouvons donc simplifier avec :

$$\sin(\theta) \approx \theta$$

Ce qui nous donne :

$$m\ddot{x}(t) = mg\theta(t)$$

Puis en passant par la transformée de Laplace, nous obtenons :

$$p^2 X(p) = g\Theta(p) \Leftrightarrow \frac{X(p)}{\Theta(p)} = \frac{g}{p^2} \Rightarrow \boxed{\frac{V_x(p)}{V_\theta(p)} = K_b \frac{g}{p^2}}$$

Pour calculer le  $K_b$  nous avons fait une regression linéaire.

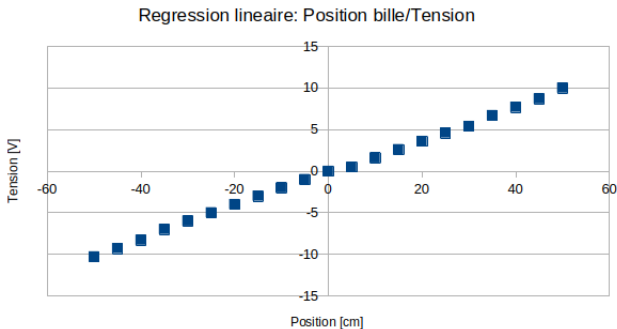


Figure 8 – Relation entre la position de la bille et la tension de sortie du système pour faire une régression linéaire

Ceci nous à donné, dans Microslop Excel,  $K_b = 1.926$ .

# Analyse des frequences importantes au système

Pour cette deuxième boucle du système, nous commençons par tracer le diagramme de Bode du système bille sur rail.

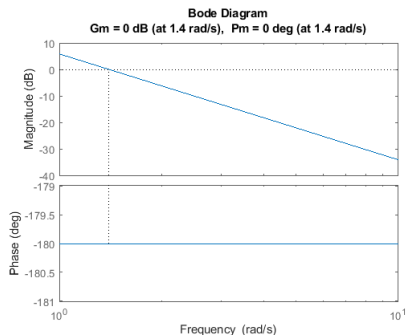


Figure 9 – Diagramme de Bode système rail sans bille

Le correcteur choisit est un correcteur avance de phase.

Le point critique où il faut ajouter de la marge de phase est quand la magnitude est à 0dB, c.à.d. à 1,4 rad/s. Donc on conçoit le correcteur avance de phase pour cela. Le correcteur d'avance de phase a une fonction de transfert sur la forme canonique<sup>1</sup> :

$$T_c(p) = K_p \frac{1 + \alpha T_p}{1 + T_p}, \text{ avec } \alpha > 1$$

---

1. <https://homepages.laas.fr/fgouaisb/donnees/M1ICM/slidesM1ICMp8.pdf>

# Calcul des paramètres du correcteur avance de phase

Commençons par calculer la marge de phase désirée :

$$\Theta_{Marge} = \Theta_{Desirée} - \Theta_{Systeme} = 125^{\circ} \Rightarrow \Theta_{Desirée} = 55^{\circ}$$

Puis, calculons  $\alpha$  :

$$\alpha = \frac{1 + \sin(\Theta)}{1 - \sin(\Theta)} = \frac{1 + \sin(55^{\circ})}{1 - \sin(55^{\circ})} \approx 10$$

Enfin, calculons  $T$  :

$$T = \frac{1}{\omega_m * \sqrt{\alpha}} \Rightarrow T = \frac{1}{1.4 * \sqrt{10}} \approx 0,22$$



Ceci nous donne un correcteur avance de phase :

$$T_c(p) = \frac{1 + 2,2p}{1 + 0,22p}$$

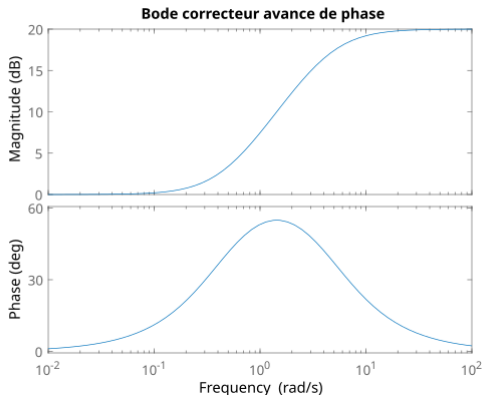


Figure 10 – Diagramme de Bode du correcteur avance de phase

# Vérification expérimentale

→ Démonstration ←

# Vérification de la marge de phase

En utilisant la fonction de allmargin nous trouvons la marge de phase pour le système entier en boucle fermé.

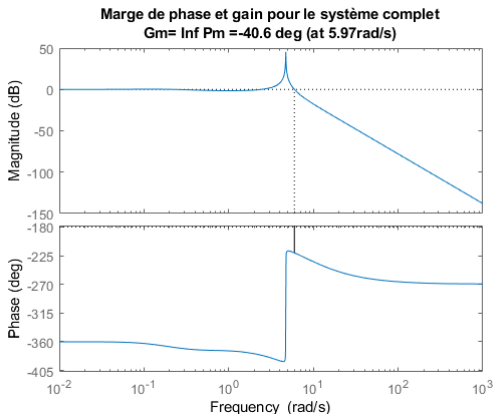


Figure 11 – Diagramme de Bode du système entier

# Conclusion

**La boucle est bouclée et la bille est commandée.**

ORVIK Oskar, JOHNSEN Brage & TABAN Aleksander