

## MINI-PROJET AUTOMATIQUE

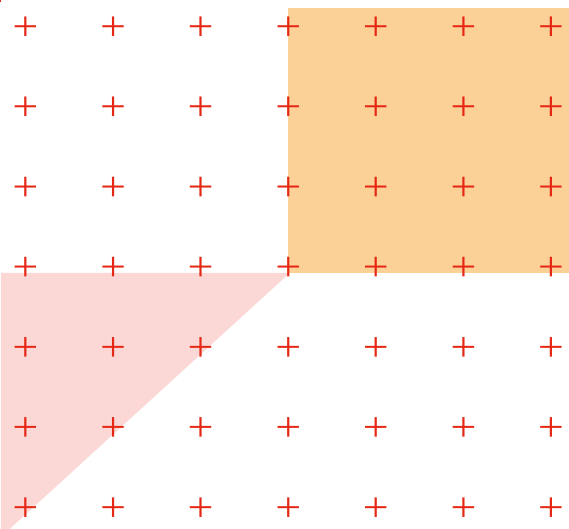
**Oskar ORVIK**  
**Aleksander TABAN**  
**Brage JOHNSEN**  
Elèves Ingénieurs  
de l'INSA Toulouse  
Département GEI  
Spécialité AE-SE  
Promotion 60  
2022-2027

**Stabilisation d'une bille sur rail**

**Mini-Projet Automatique en trinôme**

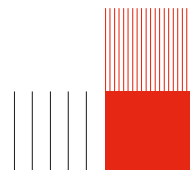
**Tuteur du Projet**  
Cristophe POUSSOT

**Projet soutenu le 16/04/2026**



# SOMMAIRE

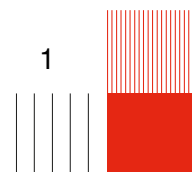
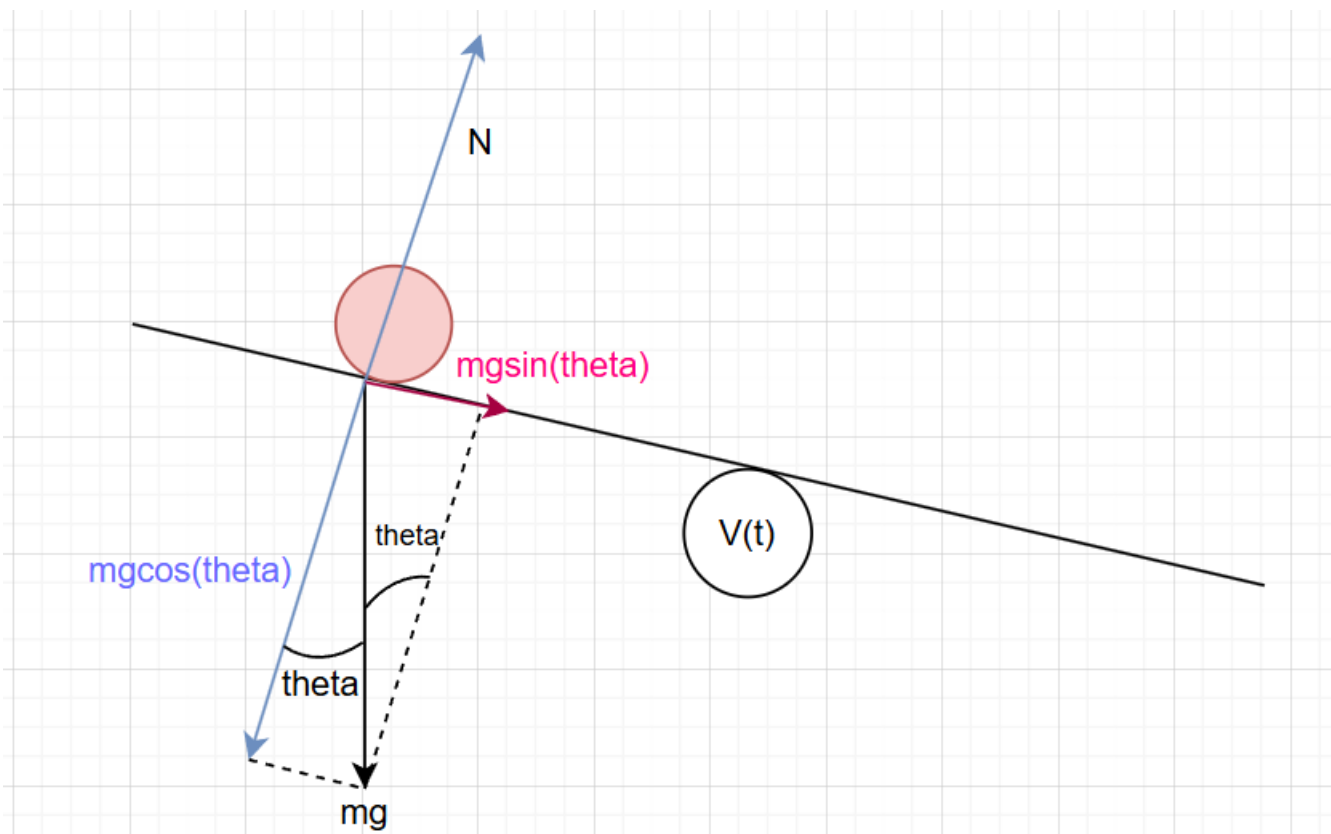
|                                                             |           |
|-------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Introduction</b>                                         | <b>1</b>  |
| <b>1 Identification du système : Rail</b>                   | <b>2</b>  |
| 1.1 Analyse du schéma bloc et setup . . . . .               | 2         |
| 1.2 Mise en oeuvre de N4SID . . . . .                       | 2         |
| 1.3 Fonction transfert du système : Rail . . . . .          | 3         |
| 1.4 Calcul du correcteur du système : P . . . . .           | 4         |
| <b>2 Loi de commande du bille sur rail</b>                  | <b>6</b>  |
| 2.1 Système bouclé avec la bille . . . . .                  | 6         |
| 2.2 Translation Position/Tension . . . . .                  | 6         |
| 2.3 Calcul du correcteur : <i>Avance de phase</i> . . . . . | 7         |
| <b>3 Vérification</b>                                       | <b>10</b> |
| 3.1 Expérimental . . . . .                                  | 10        |
| 3.2 MATLAB - marge de phase . . . . .                       | 10        |
| 3.3 Reponse du système entier . . . . .                     | 12        |
| <b>Conclusion</b>                                           | <b>13</b> |
| <b>images</b>                                               | <b>13</b> |



# INTRODUCTION

Le bille sur rail est une manipulation où le but est de stabiliser une bille sur un rail. Le rail est commandé par une tension, et les données lues sont l'angle du rail et la position de la bille. La position est achevée à l'aide d'un lecture d'impédance.

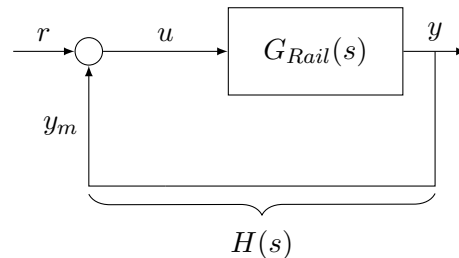
**Schéma de forces de la bille sur rail :**



# 1 IDENTIFICATION DU SYSTÈME : RAIL

## 1.1 Analyse du schéma bloc et setup

Nous avons remarqué que l'identification du système se fait en bouclé fermé. Voici le schéma bloc désignant le système que nous pouvons manipuler :

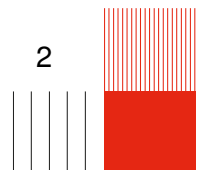
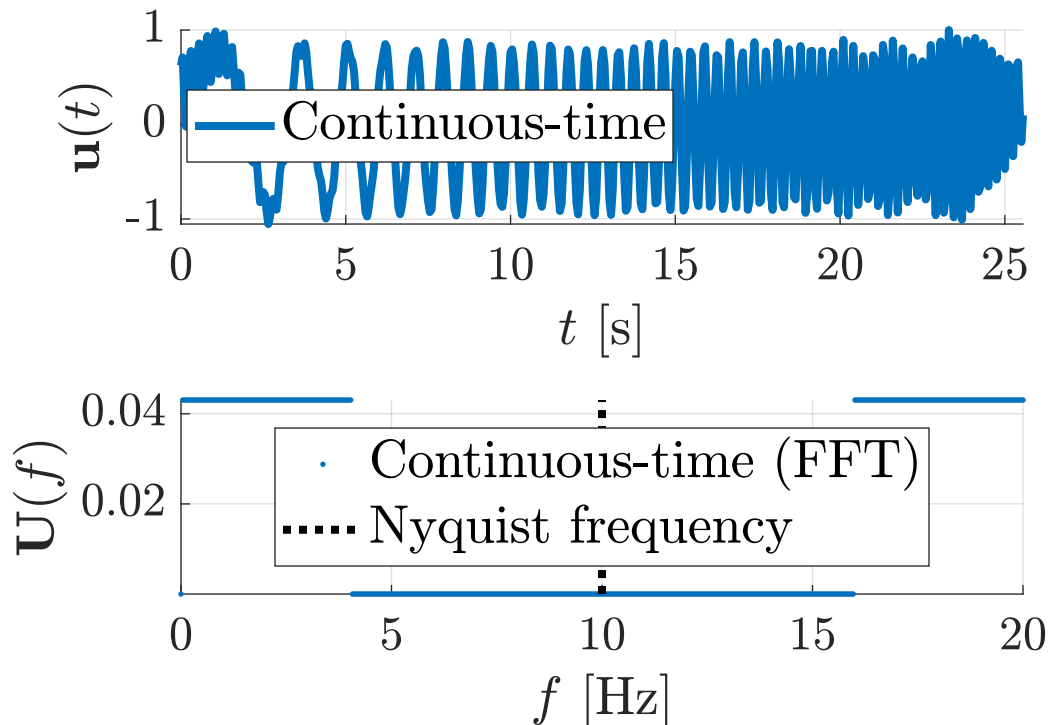


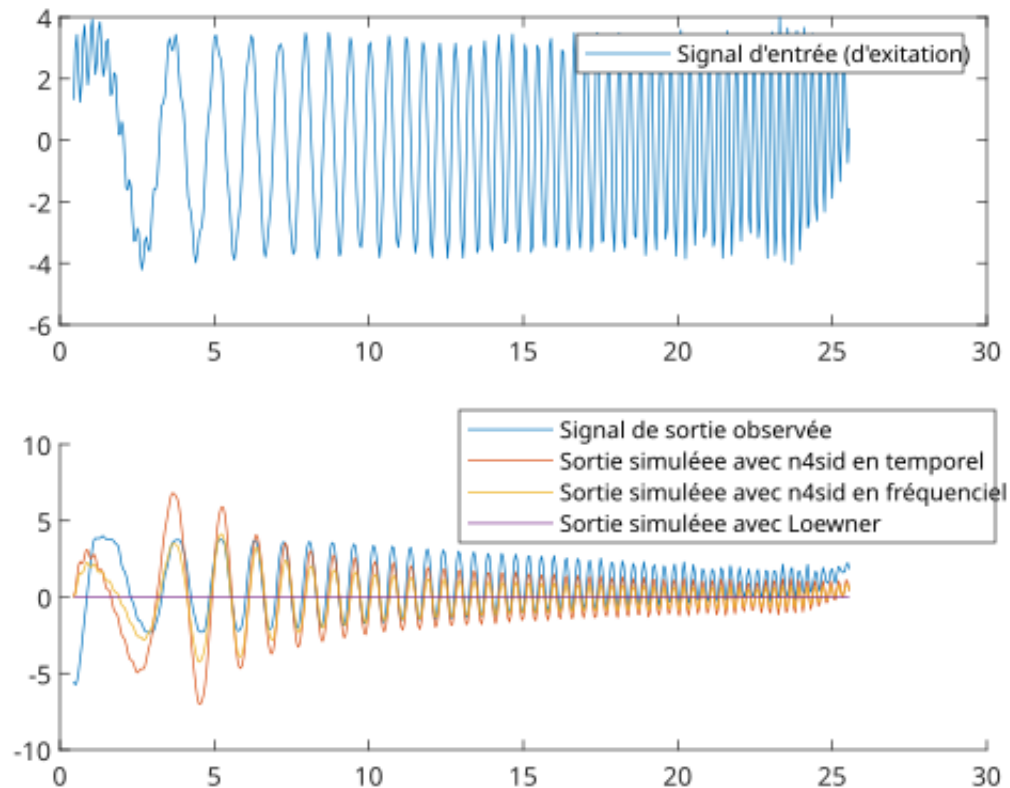
## 1.2 Mise en oeuvre de N4SID

On a utilisé la fonction `n4sid()` que pouvons retrouver sur matlab. Nous avons fait une expérience temporel, fréquentiel et avec Loewner. **Un signal multisine a été utilisé pour ballader sur les différents fréquences du système, et retrouver les fréquences resonantes du système.** Nous l'avons mis entre 0.1Hz à 4Hz.

Voici le comportement des différents modèles obtenu :

Multisine signal  $\{N_s, T_s, T_f\} = \{512, 0.05, 25.55\}$





Après avoir comparé les différents modèles avec le vrai système, Cela nous a mené à résumer le système du rail à la fonction de transfert suivante :

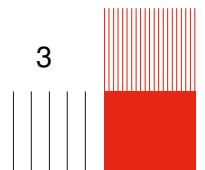
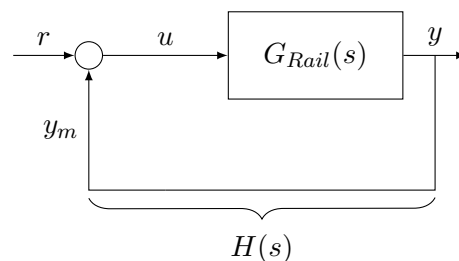
$$G(s) = \frac{NUM}{DEN}$$

$$G(z) = \frac{0,2977z^{-1} - 0,2962z^{-2}}{1 - 1,825z^{-1} + 0,8496z^{-2}} \quad (1)$$

Nous avons choisi le modèle obtenu à l'aide du `n4sid()` temporel, ordre 2.

### 1.3 Fonction transfert du système : Rail

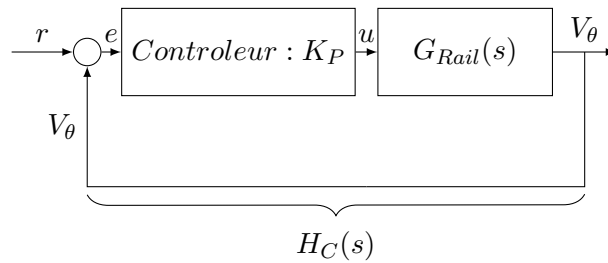
Après avoir trouvé un modèle qui nous va, nous avons ensuite retrouvé la vraie fonction de transfert du rail. Avec la relation qui suit :



$$H(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} \Rightarrow G(s) = \frac{H(s)}{1 - H(s)} \quad (2)$$

## 1.4 Calcul du correcteur du système : P

Nous avons conçu un retour PID pour le système du rail. Après avoir parlé avec le professeur, il nous a dit que le système est déjà équipé avec un integrateur. Donc nous avons choisi un système bouclé avec un simple correcteur P. Comme nous pouvons voir ci-dessous :



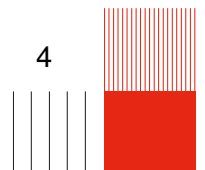
Après avoir conçu le système avec n4sid(), nous avons retrouvé la fonction de transfert :

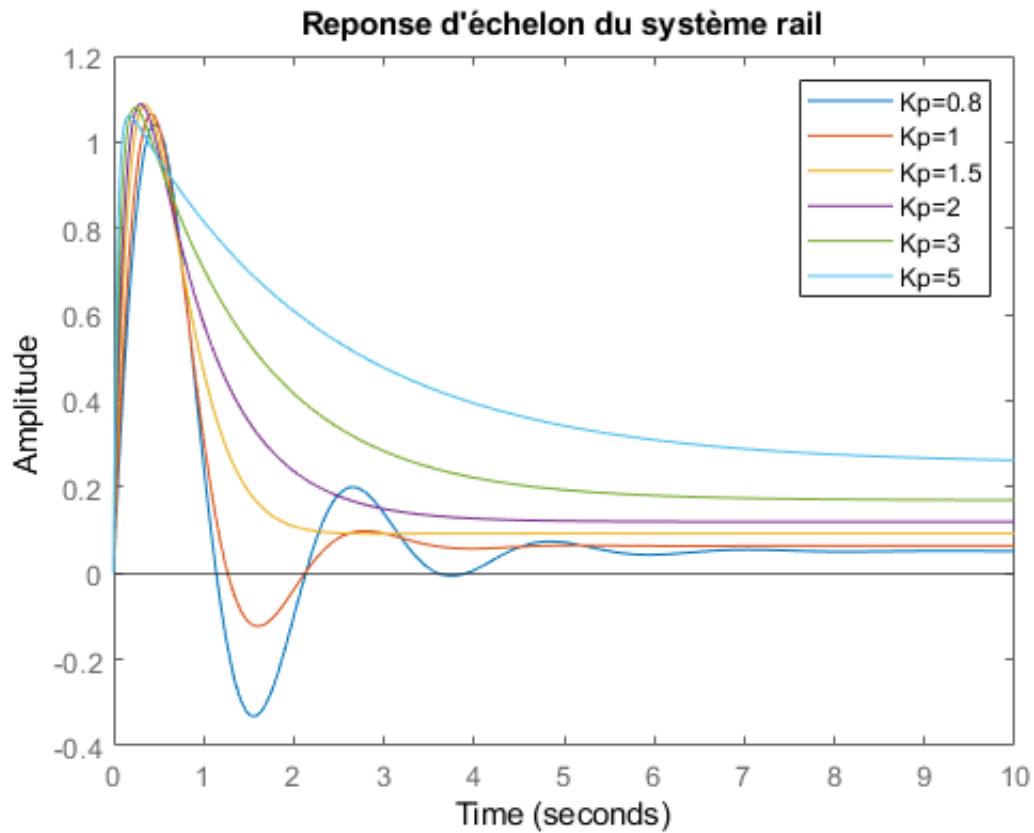
$$G(s) = \frac{H(s)}{1 - H(s)} \quad (3)$$

À l'aide de la fonction transferte du système rail, nous avons recalculé la nouvelle fonction transferte avec le gain proportionnel en boucle fermé :

$$H_C(s) = \frac{K_P G(s)}{1 + K_P G(s)} \quad (4)$$

Finalement, on essaie des différents valeurs de P pour observer le temps de réponse dans la boucle fermée. Nous tracons les différents valeurs dans un seul schéma pour voir l'impact d'un échelon sur le système.

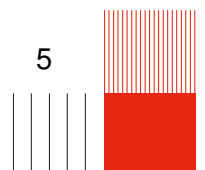




Le choix de P restait sur plusieurs tests du système bouclé avec un P de différentes valeurs. Voici les différents reponses du système d'un simple step. Nous avons choisi :

$$P = 1 \quad (5)$$

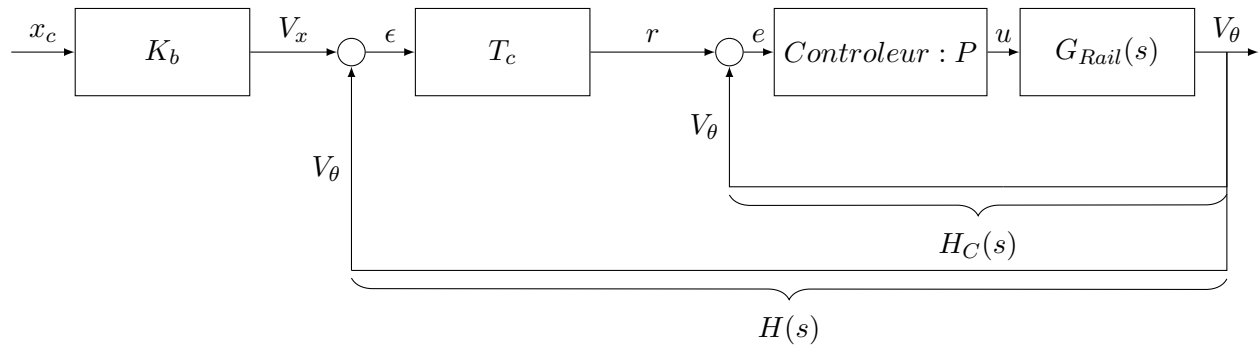
Cela nous a donné un temps de reponse respectif aux attentes que nous avions.



## 2 LOI DE COMMANDE DU BILLE SUR RAIL

### 2.1 Système bouclé avec la bille

Le schéma complet du système *Bille sur rail* si dessous.  
L'entrée du commande est une position dont on veut ballader la bille entre  $-50cm$  et  $+50cm$ . Il faut donc traduire la position en tension. Le correcteur choisit est un correcteur : *Avance de phase*.



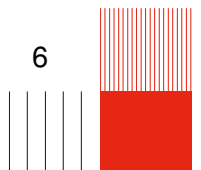
### 2.2 Translation Position/Tension

Le système ne prend qu'une tension comme entre. Nous devons donc traduire la position de la bille en tension envoyé. Pour arriver à faire cela, nous avons calculé la fonction transferte à partir des equations mecaniques :

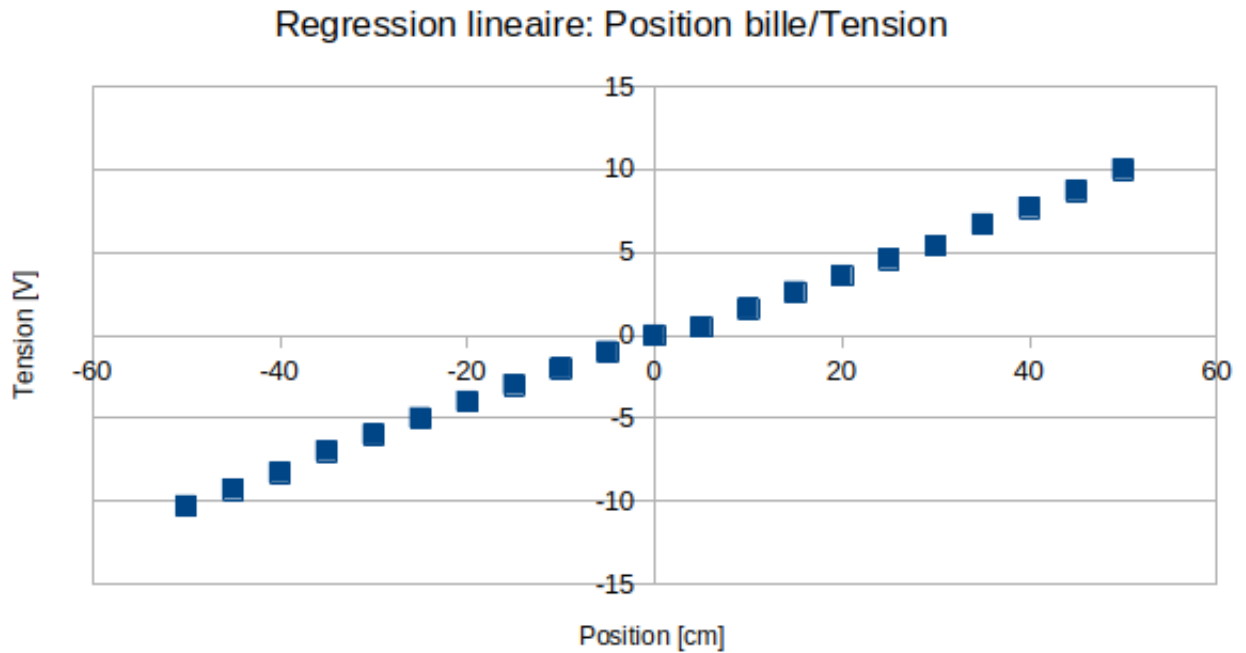
$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= mg \sin(\theta(t)) = m\ddot{x}(t) \\ \sin(\theta) &\approx \theta, \theta \approx 0 \\ \Rightarrow m\ddot{x} &= mg\theta(t) \rightarrow \mathcal{L}\{.\} \rightarrow s^2 X(s) = g\Theta(s)\end{aligned}$$

$$\frac{X(s)}{\Theta[s]} = \frac{g}{s^2} \Rightarrow \frac{V_x(s)}{V_\theta(s)} = K_b \frac{g}{s^2} \quad (6)$$

Pour calculer le  $K_b$  nous avons fait une regression lineaire avec la bille sur plusieur endroits sur le rail, et fait la lecture de la tension de sortie de système.





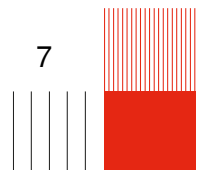


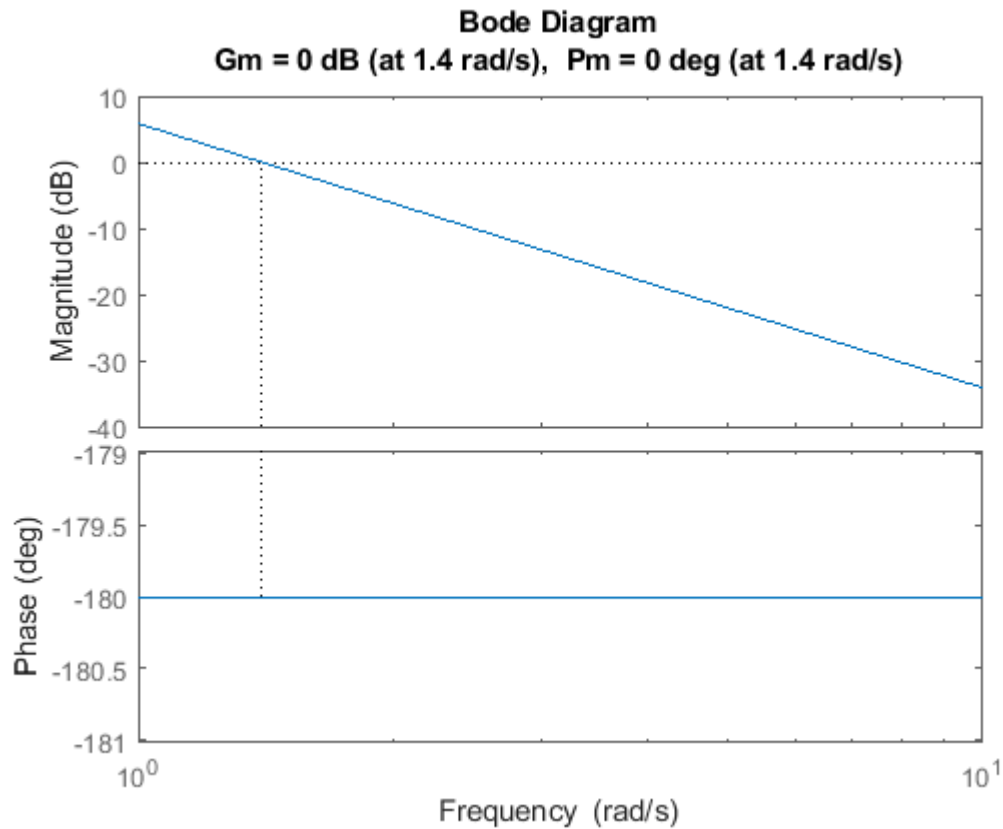
Dans excel nous avons crée un simple regression. Nous avons donc trouvé une pente :

$$K_b = 0.2V/cm$$

## 2.3 Calcul du correcteur : *Avance de phase*

Pour cette deuxième boucle du système, on commence avec la boucle déjà existante. On trace le diagramme de Bode pour cet système pour mieux analyser les besoin du système. Cet diagramme est comme suit :





Nous verrons que le point critique où il faut ajouter de la phase est à 1,4 rad/s. Donc on conçoit le correcteur pour cela. Pour qu'on puisse augmenter les marges de phase, on utilise un correcteur d'avance de phase. Le correcteur d'avance de phase a une fonction de transfert sur la forme canonique<sup>1</sup> :

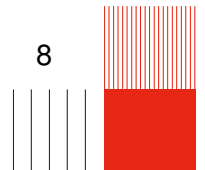
$$G(p) = K_p \frac{1 + \alpha T s}{1 + T s}, \text{ avec } \alpha > 1, K_p = 1$$

$$\Theta_{\text{Marge}} = \Theta_{\text{Desire}} - \Theta_{\text{Systeme}} = 125^\circ \Rightarrow \Phi_{\text{Desire}} = 55^\circ$$

$$a = \frac{1 + \sin(\Phi)}{1 - \sin(\Phi)} = \frac{1 + \sin(55^\circ)}{1 - \sin(55^\circ)} \approx 10$$

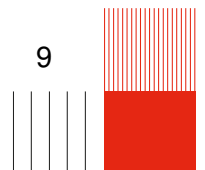
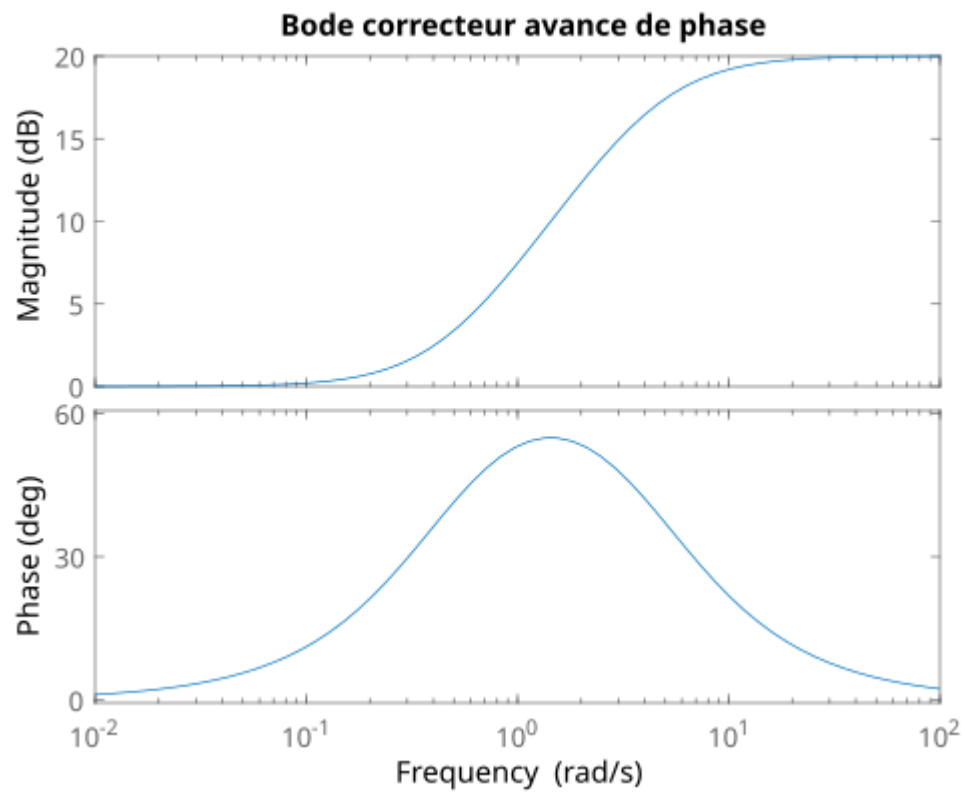
$$T = \frac{1}{\omega_m * \sqrt{a}} \Rightarrow T = \frac{1}{1.4 * \sqrt{10}} \approx 0,22$$

1. <https://homepages.laas.fr/fgouaisb/donnees/M1ICM/slidesM1ICMp8.pdf>



Nous obtiendrons donc un correcteur *Avance de phase* sous la forme :

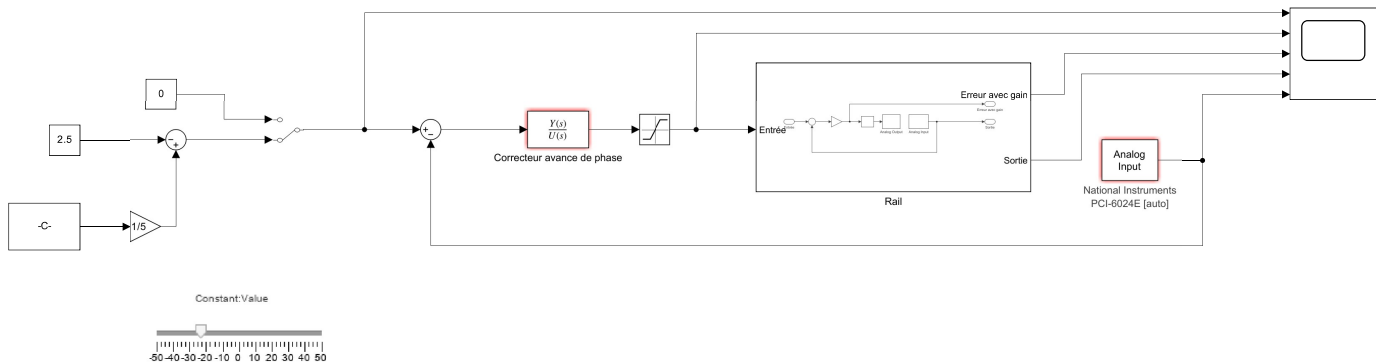
$$T_C(s) = \frac{1 + 2.2s}{1 + 0.22s}$$



## 3 VÉRIFICATION

### 3.1 Expérimental

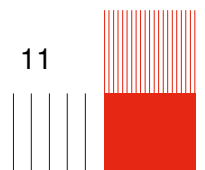
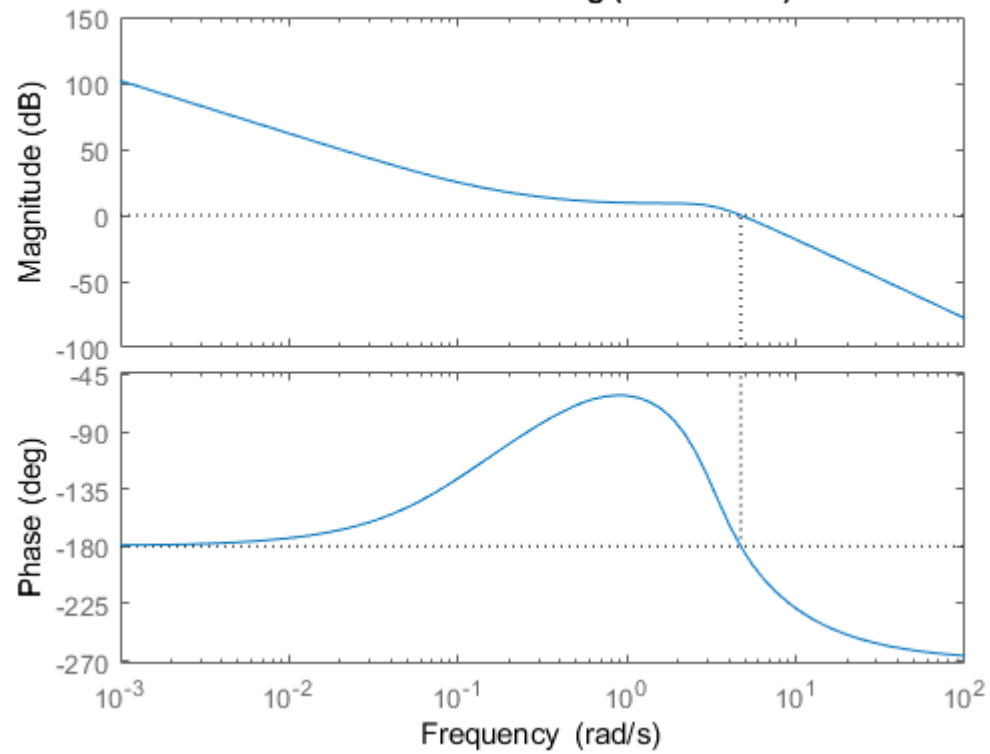
Le schéma Simulink complet est ci-dessous. Nous avons enlevé un erreur statique de  $2.5V \Leftrightarrow 12.5cm$ . Nous avons multiplié par  $K_b = 0.2V/cm$  pour traduire la commande en position à une commande en tension.



### 3.2 MATLAB - marge de phase

En utilisant la fonction de allmargin nous trouvons le marge de phase pour le système entier en boucle fermé. Traçons le diagramme de Bode du système pour analyser le système même sans négliger la fonction de transfert du moteur :

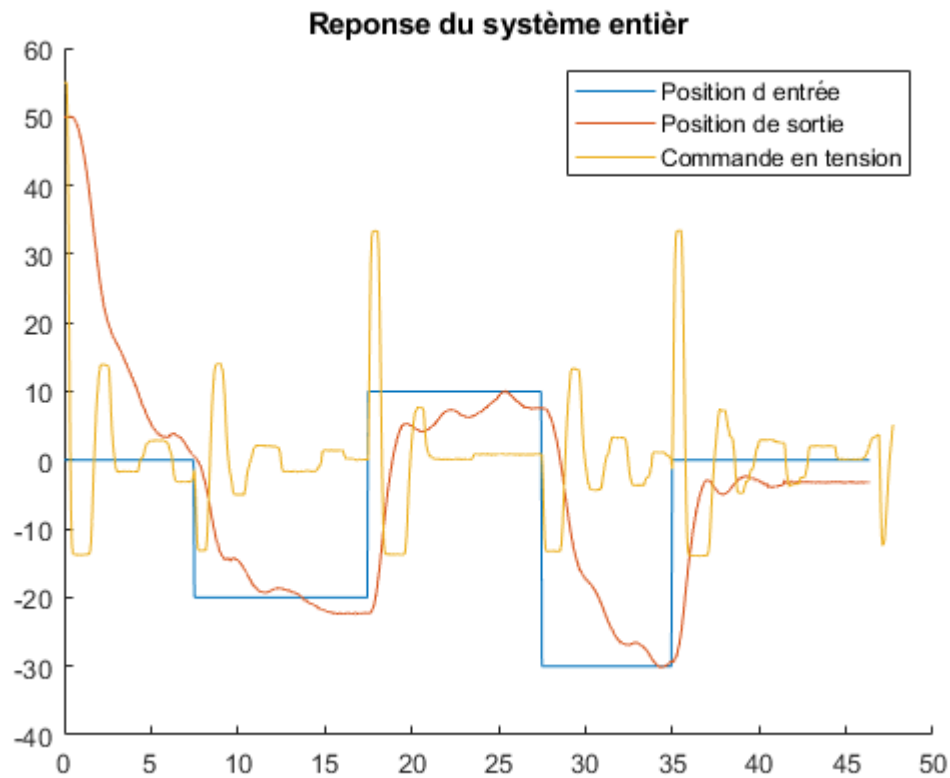
**Marge de phase et gain pour le système complet BO**  
**Gm= Inf Pm =-40.6 deg (at 5.97rad/s)**



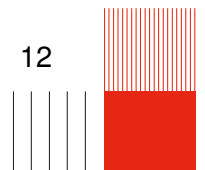
### 3.3 Reponse du système entier

Voici le comportement du système avec différents positions souhaité.

$$X_0 = 0 \rightarrow -20cm \rightarrow 10cm \rightarrow -30cm \rightarrow 0$$



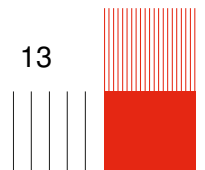
Nous pouvons voir la position de la bille suit bien la consigne d'entrée. La tension, en jaune, oscille car la bille porte une façon.



## CONCLUSION

La boucle est bouclée et la balle est en équilibre.

## IMAGES





## **INSA TOULOUSE**

135 avenue de Rangueil  
31400 Toulouse

Tel : +33 (0)5 61 55 95 13

**[www.insa-toulouse.fr](http://www.insa-toulouse.fr)**

