

Miniprojet automation - bille sur rail

ORVIK Oskar, JOHNSEN Brage & TABAN Aleksander

INSA Toulouse - DGEI - 4AE-SE

16 avril 2026

Sommaire

- ① Introduction
- ② Identification du système rail
 - Analyse du schéma bloc du système rail
 - Mise en œuvre de N4SID
 - Test du modèle obtenu avec N4SID
 - Fonction transfert du système : Rail
 - Calcul du correcteur du système : K_p
- ③ Loi de commande du bille sur rail
 - Système bouclé avec la bille
 - Transformation position - tension
 - Analyse des frequences importantes au système
- ④ Vérification
 - Expérimental
 - MATLAB - marge de phase
- ⑤ Conclusion

Introduction

Le bille sur rail est une manipulation où le but est de stabiliser une bille sur un rail. Le rail est commandé par une tension, et les données lues sont l'angle du rail et la position de la bille. La position est achevé à l'aide d'un lecture d'impedance.

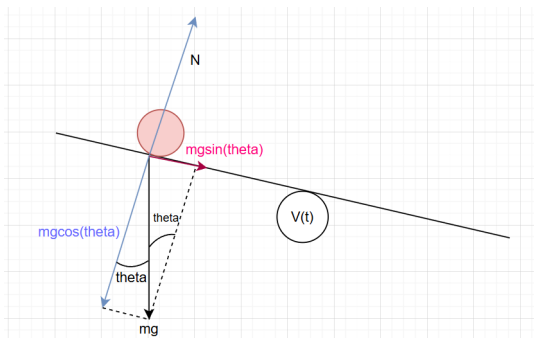


Figure 1 – Schéma de forces de la bille sur rail

Analyse du schéma bloc du système rail

L'identification du système se fait en bouclé fermé.

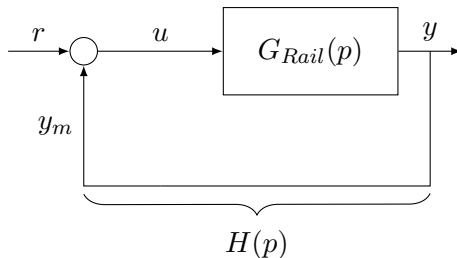


Figure 2 – Schéma-bloc décrivant le système rail

Mise en œuvre de N4SID

Nous utilisons la fonction MATLAB "multisine()" pour générer un signal de test de ce système.

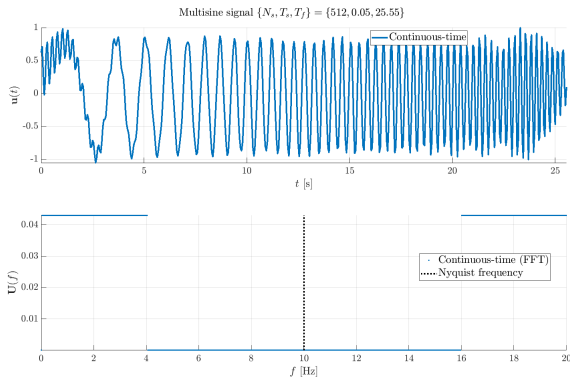


Figure 3 – Le signal d'entrée, de type "multisine" entre 0.1Hz et 4Hz

Test du modèle obtenu avec N4SID

Nous trouvons la fonction de transfert en utilisant la fonction MATLAB "n4sid()" en temporel et fréquentiel.

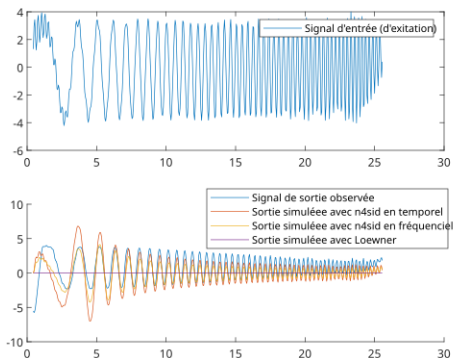


Figure 4 – Comportement des différents modèles obtenus

Après comparaison, nous avons choisi "temporel ordre 2".

Fonction transfert du système : Rail

Cela nous avait mené à résumer le système du rail à la fonction de transfert suivante :

$$G(z) = \frac{0,2977z^{-1} - 0,2962z^{-2}}{1 - 1,825z^{-1} + 0,8496z^{-2}}$$

Après avoir trouvé le modèle souhaité, nous avons ensuite retrouvé la vraie fonction transfert du rail après un d2c() :

$$H(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)} \Rightarrow G(p) = \frac{H(p)}{1 - H(p)}$$

Calcul du correcteur du système : K_p

Nous avons conçu un retour PID pour le système du rail. Après avoir parlé avec le professeur, il nous a dit que le système est déjà équipé d'un integrateur. Donc nous avons choisi un système bouclé avec un simple correcteur P. Comme nous pouvons voir ci-dessous :

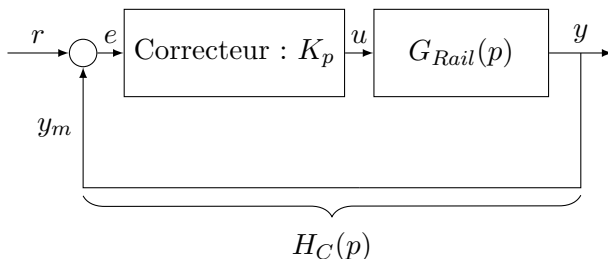


Figure 5 – Schéma-bloc décrivant le système rail avec correcteur

Après avoir conçu le système avec `n4sid()`, nous avons retrouvé la fonction de transfert :

$$FYLL = UT^2 + SNAREST$$

À l'aide de la fonction transferte du système rail, nous avons recalculé la nouvelle fonction transferte avec le gain proportionnel en boucle fermé :

$$G(p) = \frac{H(p)}{1 - H(p)} \qquad G_{BF}(p) = \frac{K_p G(p)}{1 + K_p G(p)}$$

Finalement, on essaie des valeurs différentes pour P pour observer le temps de réponse en boucle fermée avec correcteur.

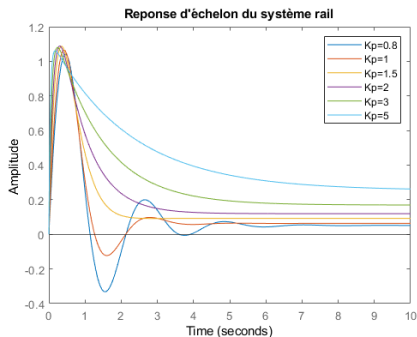


Figure 6 – Réponse à un échelon avec des K_p différents

Nous avons choisi $K_p = 1$, bien rapide.

Système bouclé avec la bille

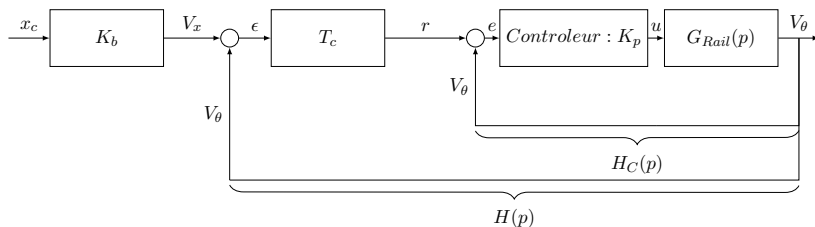


Figure 7 – Schéma-bloc décrivant le système bille sur rail en entier

Nous aimerions que l'entrée du système soit une position souhaité pour la bille, entre -50cm et +50cm. Commençons donc par trouver un K_b pour transformer la position en tension.

Transformation position - tension

Nous avons calculé la fonction de transfert à partir des equations mecaniques :

$$\sum F_x = m\ddot{x} = mg \sin(\theta(t))$$

Or, $\theta \approx 0$. Nous pouvons donc simplifier avec :

$$\sin(\theta) \approx \theta$$

Ce qui nous donne :

$$m\ddot{x}(t) = mg\theta(t)$$

Puis en passant par la transformée de Laplace, nous obtenons :

$$p^2 X(p) = g\Theta(p) \Leftrightarrow \frac{X(p)}{\Theta(p)} = \frac{g}{p^2} \Rightarrow \boxed{\frac{V_x(p)}{V_\theta(p)} = K_b \frac{g}{p^2}}$$

Pour calculer le K_b nous avons fait une regression linéaire.

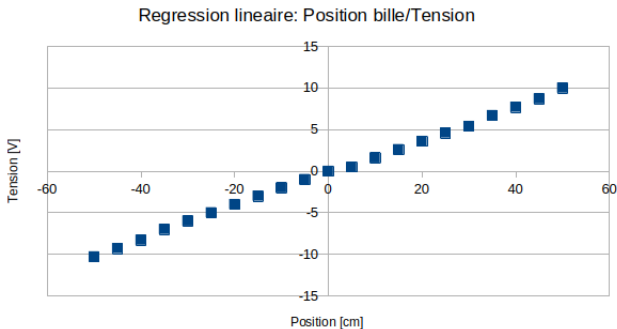


Figure 8 – Relation entre la position de la bille et la tension de sortie du système pour faire une régression linéaire

Ceci nous à donné, dans Microslop Excel, $K_b = 1.926$.

Analyse des frequences importantes au système

Pour cette deuxième boucle du système, on commence par tracer le diagramme de Bode du système rail sans bille, pour mieux analyser les besoin du système.

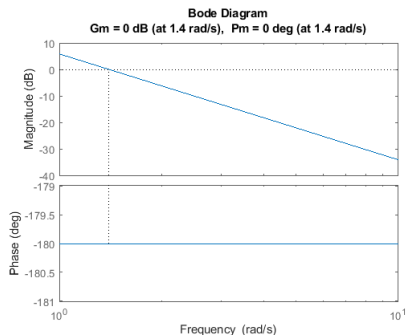


Figure 9 – Diagramme de Bode système rail sans bille

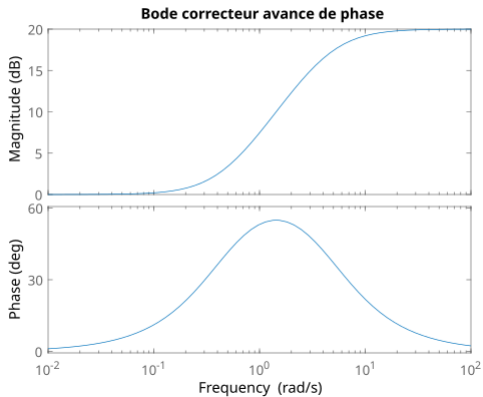
Le correcteur choisit est un correcteur avance de phase.

POURQUOI?????

Nous verrons que le point critique où il faut ajouter de la phase est à 1,4 rad/s. Donc on conçoit le correcteur pour cela. Pour qu'on puisse augmenter les marges de phase, on utilise un correcteur d'avance de phase. Le correcteur d'avance de phase a une fonction de transfert sur la forme canonique¹ :

$$G(p) = K_p \frac{1 + \alpha Tp}{1 + Tp}, \text{ avec } \alpha > 1$$

1. <https://homepages.laas.fr/fgouaisb/donnees/M1ICM/slidesM1ICMp8.pdf>



$$a = \frac{1 + \sin(\Phi)}{1 - \sin(\phi)} = \frac{1 + \sin(55)}{1 - \sin(55)} \approx 10$$

$$\omega_m = \frac{1}{T * \sqrt{a}} = \frac{1}{1.4 * \sqrt{10}} \approx 0,22$$

Vérification expérimentale

→ Démonstration ←

Vérification de la marge de phase

En utilisant la fonction de `allmargin` nous trouvons le marge de phase pour le système entier en boucle fermé. Traçons le diagramme de Bode du système pour analyser le système même sans négliger la fonction de transfert du moteur :

Conclusion

La boucle est bouclée et la balle est en équilibre.