

BE COMMANDE NUMÉRIQUE

Wissal GUARNI

Justin BOS

Nolan REYNIER NOMER

Aleksander TABAN

Elèves Ingénieurs de l'INSA Toulouse

Département GEI

Spécialité AE-SE

Promotion 60

2022-2027

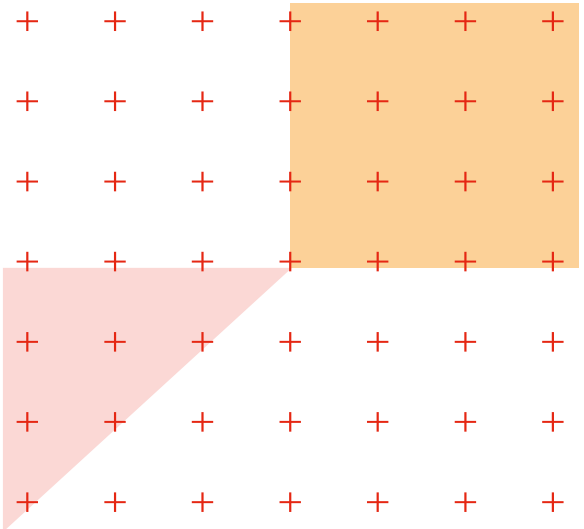
Digital control of a cantilever beam

Bureau d'études en Commande Numérique

Professeurs

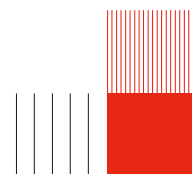
Jesus-Pablo TOLEDO-ZUCCO

Yassine ARRIBA



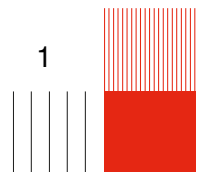
SOMMAIRE

Introduction	1
1 Modelisation	2
1.1 Exercice 1	2
1.2 Exercice 2	2
1.3 Exercice 3	4
1.4 Exercice 4	4
1.5 Exercice 5	5
1.6 Exercice 6	5
2 Retour de sortie	6
2.1 Exercice 7	6
2.2 Exercice 8	6
2.3 Exercice 9	7
2.4 Exercice 10	7
3 Retour d'état	7
3.1 Exercice 11	7
3.2 Exercice 12	7
3.3 Exercice 13	7
3.4 Exercice 14	7
4 Rejection de perturbation	7
4.1 Exercice 15	7
4.2 Exercice 16	7
4.3 Exercice 17	7
4.4 Exercice 18	7
4.5 Exercice 19	7
4.6 Exercice 20	7
5 VIEUX PROJET À RETIRER MAIS ON LE GARDE TEMPORAIREMENT POUR COPIER-COLLER	8
5.1 Analyse du schéma bloc et setup	9
5.2 Mise en oeuvre de N4SID	9
5.3 Fonction transfert du système : Rail	9
5.4 Calcul du correcteur du système : P	9
5.5 Theorie de la loi de commande	9
5.6 Une sous section	10
5.6.1 Une sous sous section	10
Conclusion	11



INTRODUCTION

Blabla



1 MODELISATION

$$\dot{x}_1, \dot{x}_2 = f(e_1, e_2, q)$$

$$\begin{cases} x_1(\zeta, t) = \frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2} \\ x_2(\zeta, t) = \rho(\zeta) \frac{\partial \omega}{\partial t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} e_1(\zeta, t) = EI(\zeta) x_1 \\ e_2(\zeta, t) = \frac{1}{\rho(\zeta)} x_2 = \frac{\partial \omega}{\partial t} \end{cases}$$

1.1 Exercice 1

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{\partial x_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2} \right) = \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} \right) \\ \dot{x}_2 = \rho(\zeta) \frac{\partial^2 \omega}{\partial t} = \underbrace{-\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} (EI(\zeta) \frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2}) - q(\zeta, t)}_{\text{EDP}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{\partial^2 e_2}{\partial \zeta^2} \\ \dot{x}_2 = -\frac{\partial^2 e_1}{\partial \zeta^2} - q(\zeta, t) \end{cases}} \quad (1)$$

1.2 Exercice 2

$$\begin{cases} x_1 \approx \phi^T x_{1d}(t) \\ x_2 \approx \phi^T x_{2d}(t) \end{cases} \quad \begin{cases} e_1 \approx \phi^T e_{1d}(t) \\ e_2 \approx \phi^T e_{2d}(t) \end{cases}$$

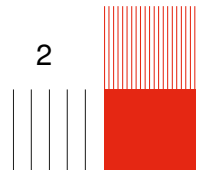
En utilisant la première ligne de l'équation 1, on trouve :

$$\int \phi(\zeta) d\zeta \times \phi^T x_{1d} = \int \phi(\zeta) d\zeta \times \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} = \ddot{\phi}(\zeta)^T e_{2*d}$$

$$\underbrace{\int_0^L \phi(\zeta) \phi(\zeta)^T d\zeta}_E \times x_{1d} = \left(\int_0^L \phi(\zeta) \ddot{\phi}(\zeta) d\zeta \right) e_{2d} \quad (2)$$

Intégration par partie (IPP) :

$$\int_0^L u \cdot \dot{v} d\zeta = [u \cdot v]_0^L - \int_0^L \dot{u} \cdot v d\zeta$$



Dans notre cas :

$$\begin{cases} u = \phi(\zeta) \\ \dot{v} = \ddot{\phi}(\zeta)^T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{u} = \dot{\phi}(\zeta) \\ v = \dot{\phi}(\zeta)^T \end{cases}$$

On applique plusieurs fois :

$$\begin{aligned} \int_0^L \phi(\zeta) \ddot{\phi}(\zeta)^T d\zeta &= [\phi(\zeta) \dot{\phi}(\zeta)^T]_0^L - \int_0^L \dot{\phi}(\zeta) \dot{\phi}(\zeta)^T d\zeta \\ &= \phi(L) \dot{\phi}(L)^T - \underbrace{\phi(0) \dot{\phi}(0)^T}_{=0} - \int_0^L \dot{\phi}(\zeta) \dot{\phi}(\zeta)^T d\zeta \\ &= \phi(L) \dot{\phi}(L)^T - \dot{\phi}(L) \phi(L)^T + \underbrace{\phi(0) \dot{\phi}(0)^T}_{=0} + \int_0^L \ddot{\phi}(\zeta) \phi(\zeta)^T d\zeta \\ &= \phi(L) \dot{\phi}(L)^T - \dot{\phi}(L) \phi(L)^T + \int_0^L \ddot{\phi}(\zeta) \phi(\zeta)^T d\zeta = D \end{aligned}$$

On continue avec ça en remplaçant dans l'équation 2 :

$$\Rightarrow \boxed{E \dot{x}_{1d} = D e_{2d}}$$

Puis on a dans la deuxième ligne de l'équation 1 :

$$\begin{aligned} \phi^T(\zeta) \dot{x}_{2d} &= -\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} (\phi(\zeta)^T e_{1d}) - q(\zeta, t) \\ \int_0^L \phi^T(\zeta) d\zeta \times \dot{x}_{2d} &= -e_{1d} \int_0^L \phi(\zeta) \ddot{\phi}(\zeta)^T d\zeta - \underbrace{\int_0^L \phi(\zeta) q(\zeta, t) d\zeta}_{=F_{ext}} \end{aligned}$$

Puis on trouve D :

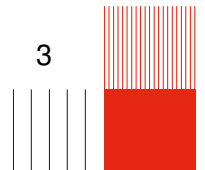
$$\begin{aligned} D &= \phi(L) \dot{\phi}(L)^T - \phi(L) \dot{\phi}(L)^T + \int_0^L \ddot{\phi}(\zeta) \phi(\zeta)^T d\zeta \\ \Rightarrow D^T &= \dot{\phi}(L) \phi(L)^T - \dot{\phi}(L) \phi(L)^T + \int_0^L \phi(\zeta) \ddot{\phi}(\zeta) d\zeta \\ \Rightarrow \int_0^L \underbrace{\phi(\zeta) \ddot{\phi}(\zeta)^T}_{=0} d\zeta &= D^T - \dot{\phi}(L) \phi(L)^T + \phi(L) \dot{\phi}(L)^T \end{aligned}$$

Donc :

$$E \dot{x}_{2d} = -e_{1d} D^T + \overbrace{e_{1d} \dot{\phi}(L) \phi(L)^T}^{=0} - e_{1d} \phi(L) \dot{\phi}(L)^T - F_{ext}$$

Or on sait que :

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{de_1}{d\zeta} = u(t) \Rightarrow \dot{\phi}(L)^T e_{1d} = u(t) \\ e_1(L, t) = 0 \Rightarrow \phi(L)^T e_{1d} = 0 \end{cases} \quad (3)$$



Donc :

$$E\dot{x}_{2d} = -e_{1d}D^T - \phi(L)u(t) - F_{ext}$$

Puis on a :

$$\begin{cases} y(t) = -e_2(L, t) \\ e_2(L, t) \approx \phi(L)^T e_{2d} \end{cases}$$

Ce qui nous donne l'approximation :

$$y(t) = -\phi(L)^T e_{2d}$$

1.3 Exercice 3

On a :

$$\begin{cases} e_1 = EI x_1 = x_1 \Rightarrow e_{1d} = x_{1d} \\ e_2 = \frac{1}{\rho(\zeta)} x_2 = x_2 \Rightarrow e_{2d} = x_{2d} \end{cases}$$

Donc :

$$\begin{cases} E\dot{X}_{1d} = D x_{2d} \\ E\dot{X}_{2d} = -D^T x_{1d} - \phi(L)u(t) - 0 \\ y = -\phi(L)^T x_{2d} \end{cases}$$

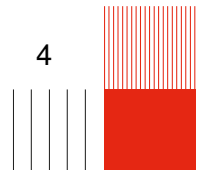
Ce qui nous donne :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & E^{-1}D \\ -E^{-1}D^T & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ -E^{-1}\phi(L) \end{pmatrix}, C = (0 \quad -\phi(L)^T)$$

Pour :

$$\begin{cases} \zeta = L = 1 \\ \phi(1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{décla } A, B, C \text{ en MATLAB} \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 114 & 6 & 12 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -54 & 6 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1188 & -12 & -114 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -828 & -12 & -54 & 0 \\ 6 & 54 & 4 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & -114 & -2 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & -828 & -6 & 54 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & -1188 & -6 & 114 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \\ -16 \\ -60 \\ -120 \end{pmatrix}, C = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad 0)$$

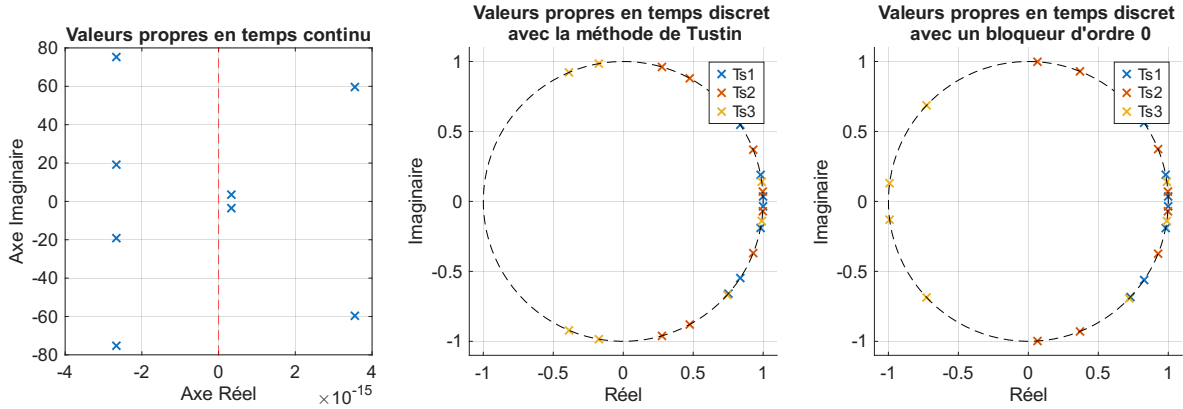


1.4 Exercice 4

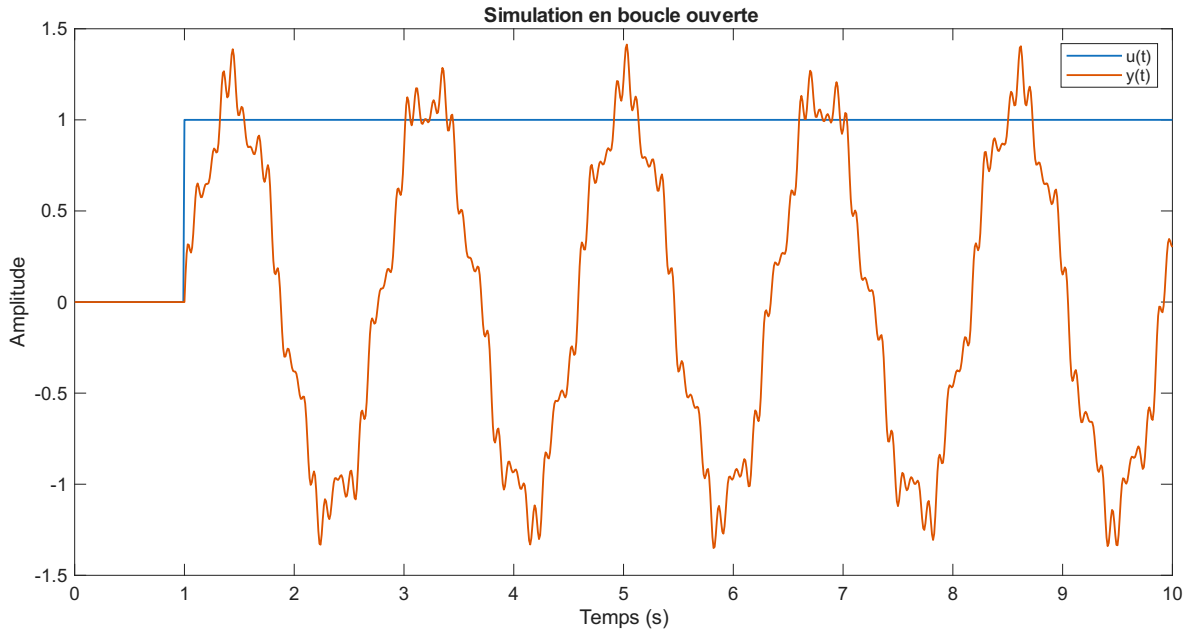
$$\omega(p, t) = C_\omega(p)x_d(t)$$

$$C_\omega(p) = \begin{bmatrix} \frac{p^2(2p^3-5p^2+10)}{20} & -\frac{p^4(2p-5)}{20} & \frac{p^3(3p^2-10p+10)}{60} & \frac{p^4(3p-5)}{60} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\phi(L)^T = [2p^3 - 3p^2 + 1 \quad 3p^2 - 2p^3 \quad p^3 - 2p^2 + p \quad p^3 - p^2]$$



1.5 Exercice 5



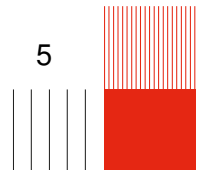
$$y = -\phi(L)^T e_{2d}$$

$$y = -e_2(L, t)$$

$$e_2(\zeta, t) \approx \phi(\zeta)^T e_{2d}(t)$$

$$x_1 = \frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2}(\zeta, t) \approx \phi(\zeta)^2 x_{1d}$$

$$x_2(\zeta, t) = \rho(\zeta) \frac{\partial \omega}{\partial t}(\zeta, t) \approx \phi(\zeta)^T x_{2d}$$



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1d} \\ \dot{x}_{2d} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_{1d} \\ x_{2d} \end{bmatrix} + Bu \qquad y = C \begin{bmatrix} x_{1d} \\ x_{2d} \end{bmatrix}$$

1.6 Exercice 6

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2}(\zeta, t) \\ \rho(\zeta) \frac{\partial \omega}{\partial t}(\zeta, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi(\zeta)^T & 0000 \\ 0000 & \phi(\zeta)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1d} \\ x_{2d} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2}(\zeta, t) = \underbrace{[\phi(\zeta)^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]}_{C.I.=0+0} x_d(t)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \zeta}(\zeta, t) = \int \frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2}(\zeta, t) d\zeta = x_d(t) \int [\phi(\zeta)^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] d\zeta + C_1(t)$$

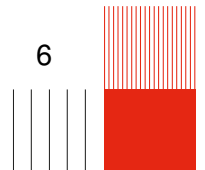
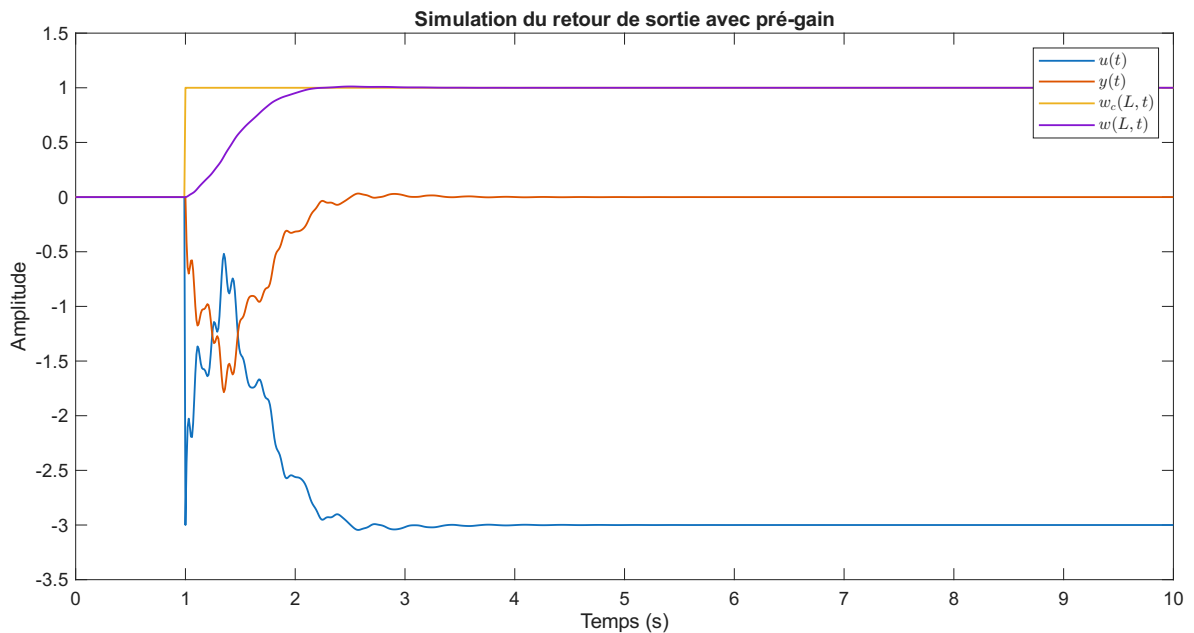
$$\omega(\zeta, t) = \int \int \frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2}(\zeta, t) d\zeta^2 = x_d(t) \int \int [\phi(\zeta)^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] d\zeta^2 + \underbrace{\int C_1(t) d\zeta}_{\zeta C_1(t) + C_2(t)} + C_2(t)$$

C_1 et C_2 ??????????????????????

2 RETOUR DE SORTIE

2.1 Exercice 7

2.2 Exercice 8



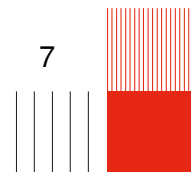
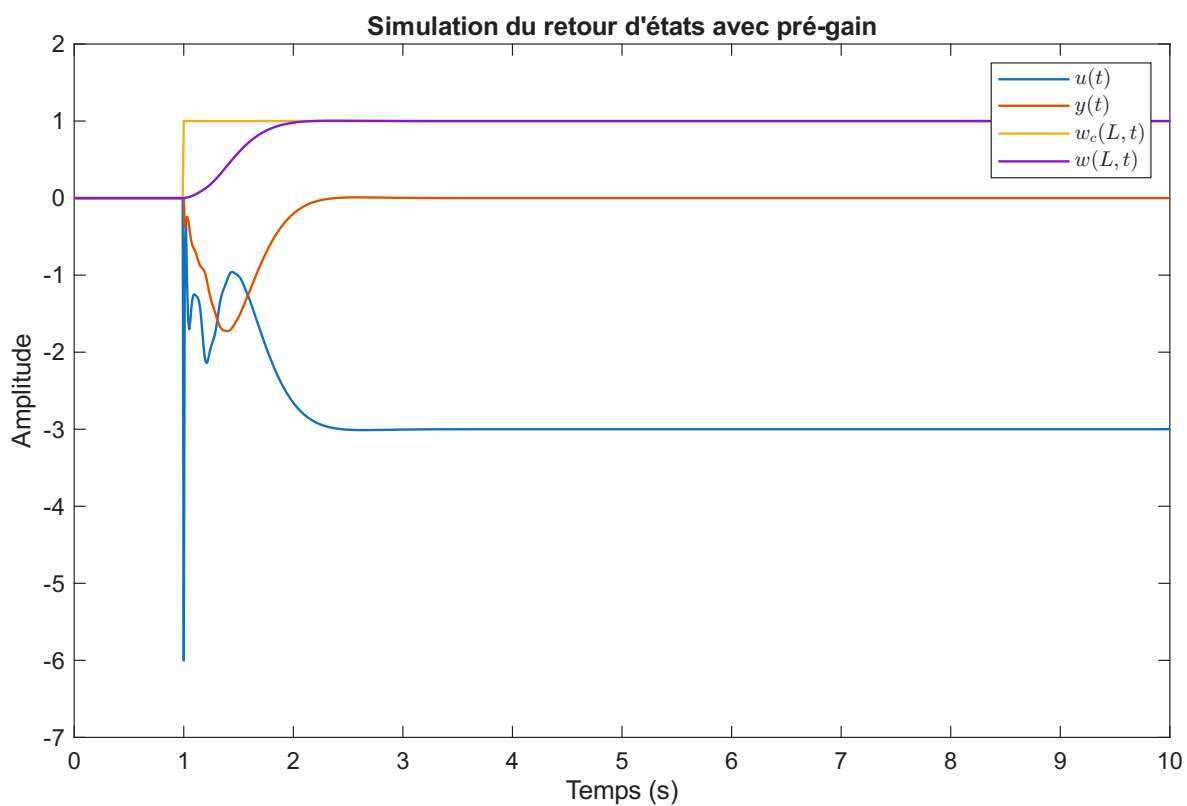
2.3 Exercice 9

2.4 Exercice 10

3 RETOUR D'ÉTAT

3.1 Exercice 11

3.2 Exercice 12



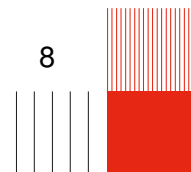
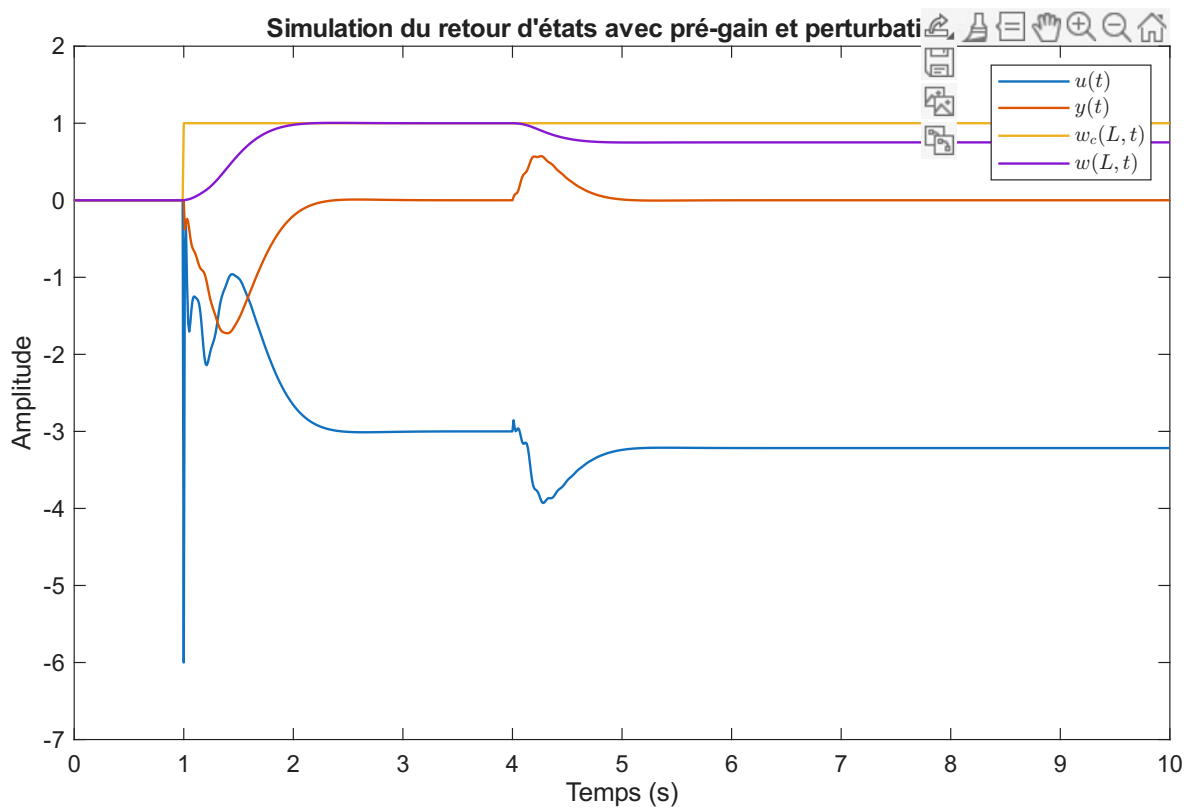
3.3 Exercice 13

3.4 Exercice 14

4 REJECTION DE PERTURBATION

4.1 Exercice 15

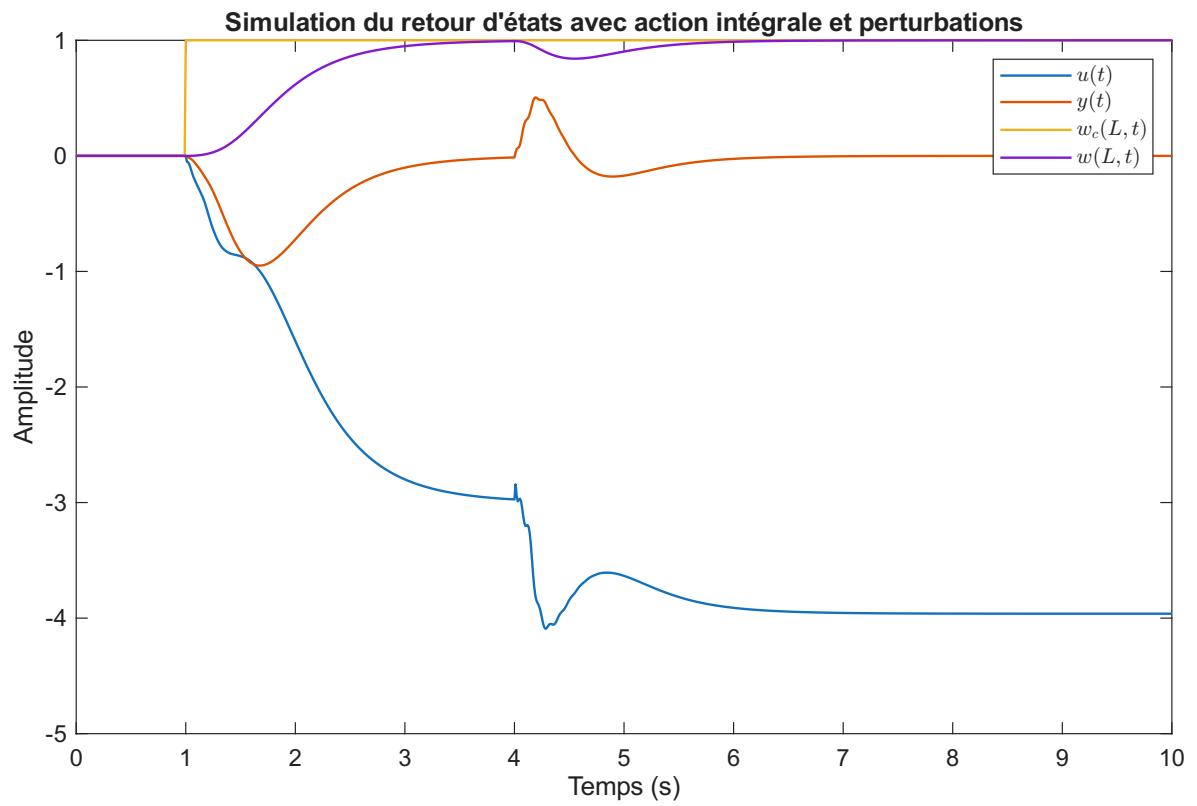
4.2 Exercice 16



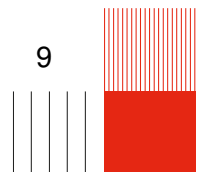
4.3 Exercice 17

4.4 Exercice 18

4.5 Exercice 19



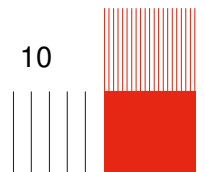
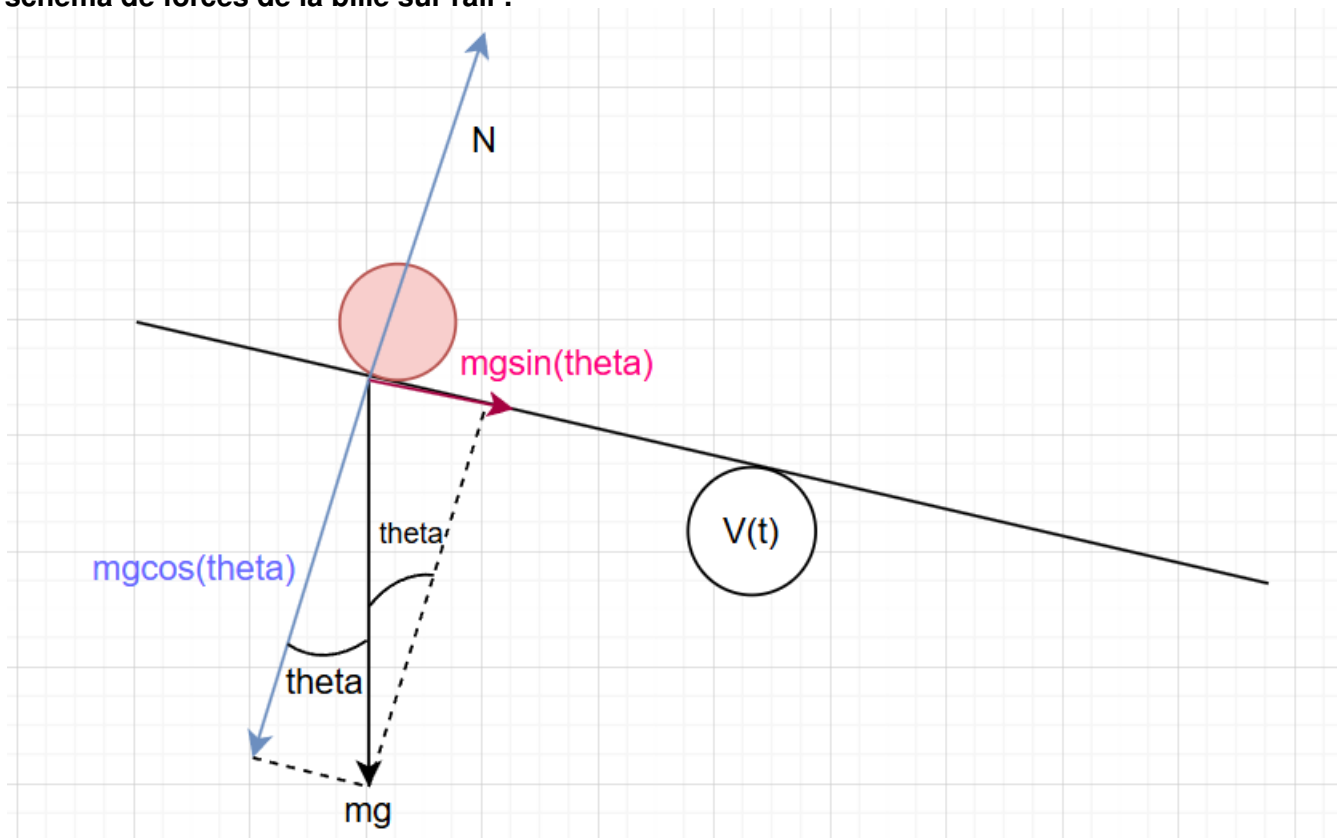
4.6 Exercice 20



5 VIEUX PROJET À RETIRER MAIS ON LE GARDE TEMPORAIREMENT POUR COPIER-COLLER

Le bille sur rail est une manipulation où le but est de stabiliser une bille sur un rail. Le rail est commandé par une tension, et les données lues sont l'angle du rail et la position de la bille. La position est achevé à l'aide d'un lecture d'impédance.

Le schéma de forces de la bille sur rail :



5.1 Analyse du schéma bloc et setup

Nous avons remarqué que l'identification du système se fait en bouclé fermé. Voici le schéma bloc désignant le système que nous pouvons manipuler : {Sett inn bilde av schéma bloc, système rail}

5.2 Mise en oeuvre de N4SID

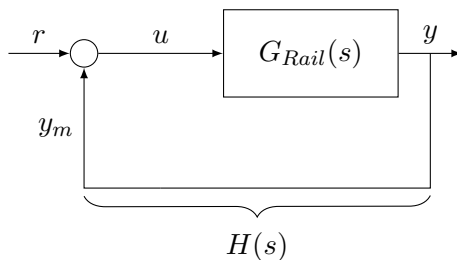
On a utilisé la fonction `n4sid()` du GIT de Mr. Poussot. Nous avons fait une expérience temporel, fréquentiel et avec Loewner. Voici le comportement des différents modèles obtenus : {Sett inn bilde av n4sid}

Cela nous a permis de résumer le système du rail à la fonction de transfert suivante :

$$G(p) = \frac{NUM}{DEN}$$

5.3 Fonction transfert du système : Rail

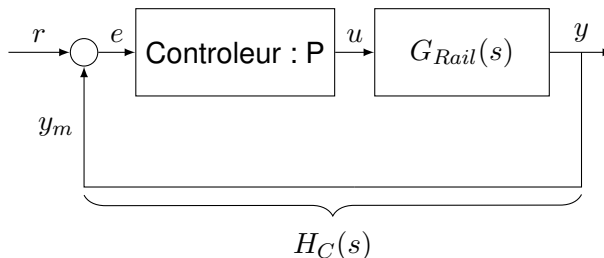
Après avoir trouvé un modèle qui nous va, nous avons ensuite retrouvé la vraie fonction de transfert du rail. Avec la relation qui suit :



$$H(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} \Rightarrow G(s) = \frac{H(s)}{1 + H(s)} \quad (4)$$

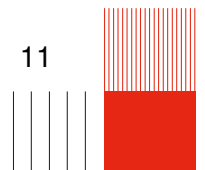
5.4 Calcul du correcteur du système : P

On a testé plusieurs valeurs, et conclu que juste un correcteur proportionnel du gain 1 fonctionne très bien.



5.5 Théorie de la loi de commande

Faut mettre des choses ici. Je push !

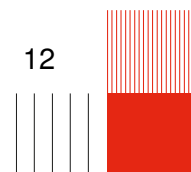


5.6 Une sous section

5.6.1 Une sous sous section

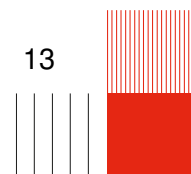
Un mot compliqué¹

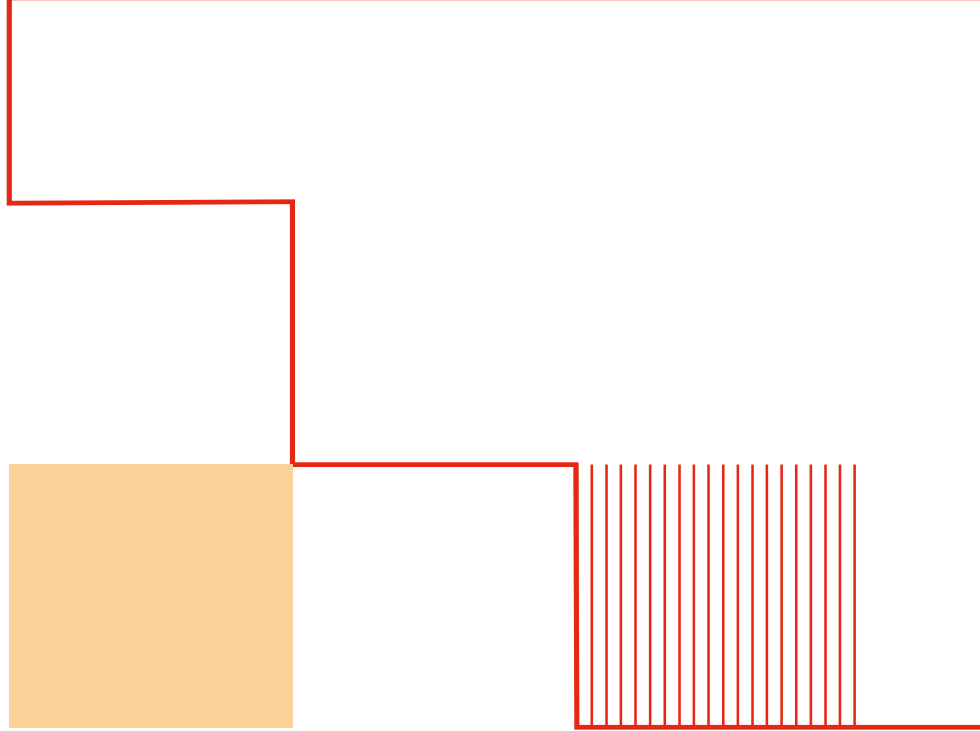
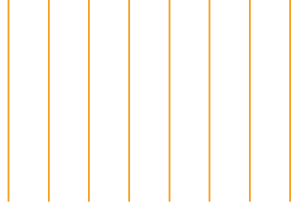
1. Une note de bas de page



CONCLUSION

Une conclusion





INSA TOULOUSE

135 avenue de Ranguel
31400 Toulouse

Tel : +33 (0)5 61 55 95 13

www.insa-toulouse.fr

