

BE COMMANDE NUMERIQUE

Brage JOHNSEN
Gabriela DONZELLI
Thibaut ALETRUT
Département GEI
4A-AE

**INTITULE ICI - EXEMPLE : CONTRIBUTION A LA
CONCEPTION A BAS COUT D'ANTENNES 3D**

Lieu du Projet de Fin d'Études ou stage

Nom de l'entreprise

Adresse de l'entreprise

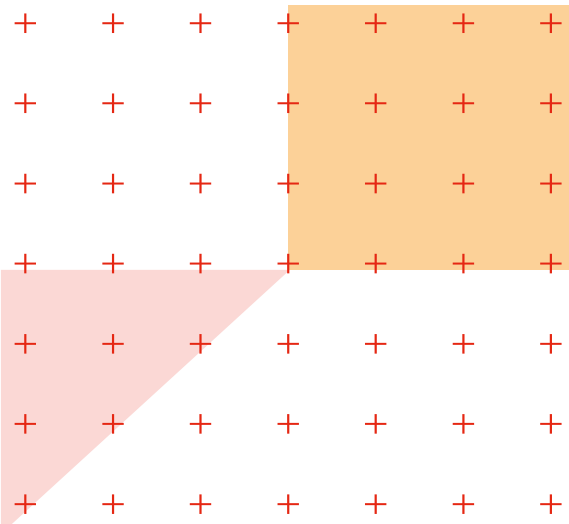
Tuteur du Projet (ou PFE)...

Prénom NOM du Tuteur du Projet de Fin d'Étude

Correspondant pédagogique INSA

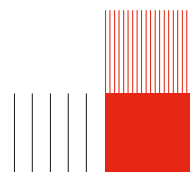
Prénom NOM du Correspondant pédagogique INSA

PFE/Stage/Projet soutenu le 00/00/20XX



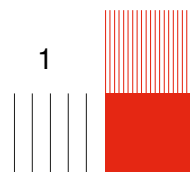
SOMMAIRE

Introduction	1
1 Modélisation du système	2
2 Retour de sortie	5
3 Retour d'état	6
3.1 Retour d'état par ZOH	7



INTRODUCTION

Une introduction



1 MODÉLISATION DU SYSTÈME

Question 1

En considérant le modèle EDP suivant ainsi que les équations données pour e_1 et e_2 :

$$\rho(\zeta) \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \left(EI(\zeta) \frac{\partial^2 \omega}{\partial \zeta^2}(\zeta, t) \right) - q(\zeta, t) \quad (1)$$

On obtient comme la représentation d'état :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(\zeta, t) \\ e_2(\zeta, t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -q(\zeta, t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Question 2

À partir des informations données dans l'exercice, on peut écrire :

$$\dot{x}_1 = \frac{\partial^2 e_2}{\partial \zeta^2} = \phi(\zeta)^T \dot{x}_{1d}(t) \quad (3)$$

En multipliant les deux membres par le vecteur d'approximation $\phi(\zeta)$, on obtient :

$$\phi(\zeta) \frac{\partial^2 e_2}{\partial \zeta^2} = \phi(\zeta) \phi(\zeta)^T \dot{x}_{1d}(t) \quad (4)$$

En remplaçant ensuite e_2 par son approximation, on obtient :

$$\phi(\zeta) \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} (\phi(\zeta)^T e_{2d}(t)) = \phi(\zeta) \phi(\zeta)^T \dot{x}_{1d}(t) \quad (5)$$

Comme $e_{2d}(t)$ ne dépend pas de ζ , il peut être sorti de l'intégrale. En intégrant sur $[0, L]$, on obtient :

$$\int_0^L \phi(\zeta) \phi(\zeta)^T d\zeta \dot{x}_{1d}(t) = \int_0^L \phi(\zeta) \frac{\partial^2 \phi(\zeta)^T}{\partial \zeta^2} d\zeta e_{2d}(t) \quad (6)$$

On identifie alors les matrices E et D . Ainsi, les deux équations d'état discrétisées s'écrivent :

$$\begin{aligned} E \dot{x}_{1d}(t) &= D e_{2d}(t), \\ E \dot{x}_{2d}(t) &= -D^T e_{1d}(t) - \phi(L)u(t) - F_{ext}. \end{aligned} \quad (7)$$

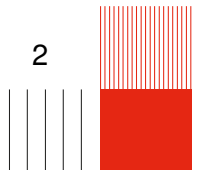
Enfin, on obtient :

$$\boxed{\begin{aligned} E \dot{x}_{1d}(t) &= D e_{2d}(t), \\ E \dot{x}_{2d}(t) &= -D^T e_{1d}(t) - \phi(L)u(t) - F_{ext}, \\ y(t) &= -\phi(L)^T e_{2d}(t). \end{aligned}} \quad (8)$$

Question 3

Le système devient avec $\rho = EI = 1$ et $q(\zeta, t) = 0$:

$$\begin{aligned} E \dot{x}_{1d}(t) &= D x_{2d}(t), \\ E \dot{x}_{2d}(t) &= -D^T x_{1d}(t) - \phi(L)u(t), \\ y(t) &= -\phi(L)^T x_{2d}(t). \end{aligned} \quad (9)$$



En multipliant les deux premières équations par E^{-1} , on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{x}_{1d}(t) &= E^{-1}Dx_{2d}(t), \\ \dot{x}_{2d}(t) &= -E^{-1}D^T x_{1d}(t) - E^{-1}\phi(L)u(t).\end{aligned}\quad (10)$$

En multipliant les deux premières équations par E^{-1} , on obtient comme valeurs de A , B et C :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 114 & 6 & 12 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -54 & -6 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1188 & -12 & -114 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -828 & -12 & -54 & 6 \\ 6 & 54 & 4 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & -114 & -2 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & -828 & -6 & 54 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & -1188 & -6 & 114 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \\ -16 \\ -60 \\ -120 \end{bmatrix} \quad C = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0] \quad (12)$$

Finalement,

$$\begin{cases} \dot{x}_d(t) = Ax_d(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx_d(t). \end{cases} \quad (13)$$

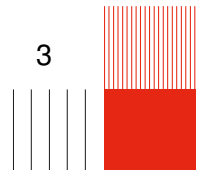
Question 4

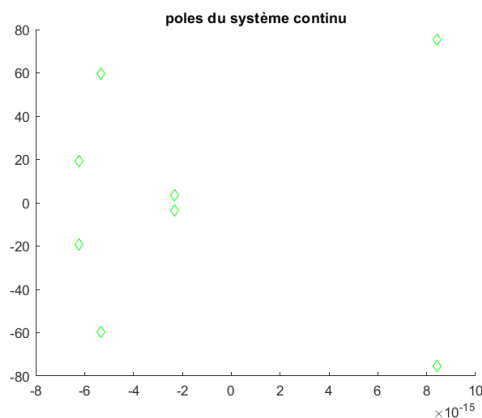
La Figure 1a correspond aux valeurs propres en temps continu, tandis que les figures 1b, 1c et 1d montrent les valeurs propres discrètes obtenues avec les méthodes de Tustin et ZOH pour différents temps d'échantillonnage.

En temps continu, le système présente deux pôles à partie réelle positive, ce qui montre son instabilité. Après discrétisation, les pôles obtenus avec les méthodes de Tustin et ZOH se trouvent sur ou proches du cercle unité. Le système discret est donc à la limite de stabilité.

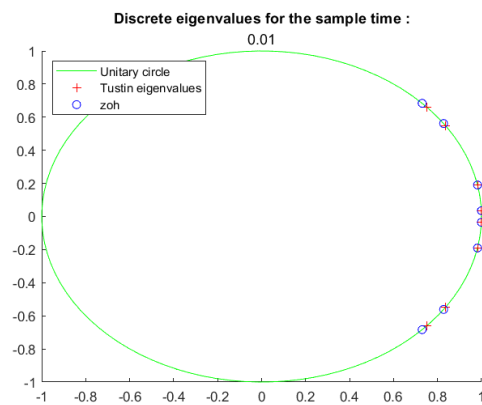
Question 5

La Figure 2 montre que la sortie $y(t)$ oscille après l'échelon, confirmant l'instabilité du système en boucle ouverte.

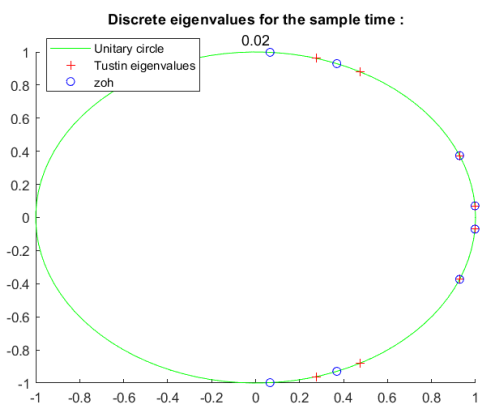




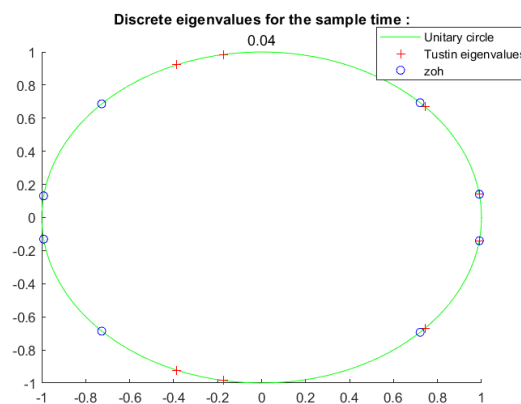
(a) Valeurs propres en temps continu.



(b) $T_s = 0,01$ s.



(c) $T_s = 0,02$ s.



(d) $T_s = 0,04$ s.

FIGURE 1 – Comparaison des valeurs propres du système en temps continu et en temps discret.

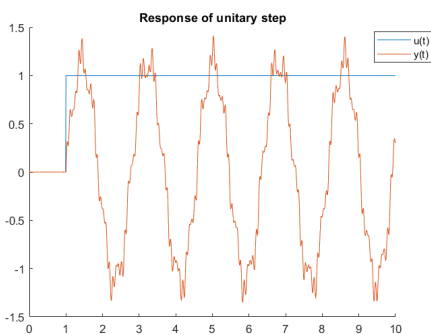
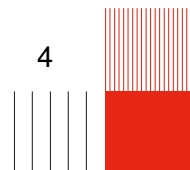


FIGURE 2 – Response du système en boucle ouverte.



2 RETOUR DE SORTIE

Question 7

Nous avons utilisé une boucle `for` sous MATLAB afin de tester les valeurs de k entre 0 et 100.

Le gain H est ensuite calculé à partir d'un système en boucle fermée de la forme :

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) + BHr(t), \quad y(t) = Cx(t), \quad (14)$$

on impose que, en régime permanent, la sortie suive la consigne. On utilise donc :

$$H = -\frac{1}{C(A - BK)^{-1}B}. \quad (15)$$

Ainsi, les valeurs retenues pour la commande en boucle fermée sont :

$$k = 1,85, \quad H = -3. \quad (16)$$

Question 8

La figure montre que $w(L, t)$ suit la consigne $w_c(t)$ et converge vers 1, avec une erreur nulle en régime permanent.

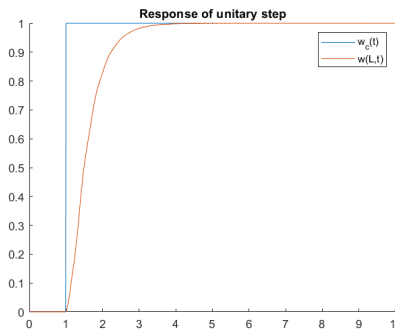
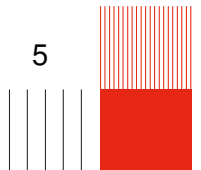
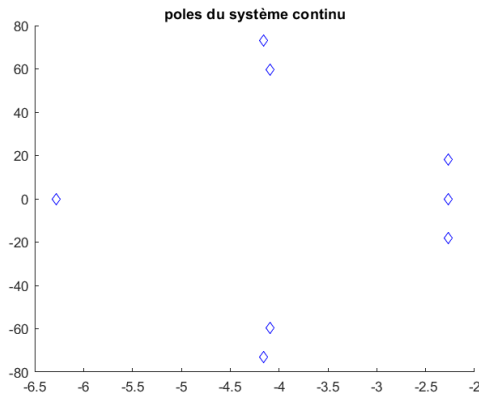


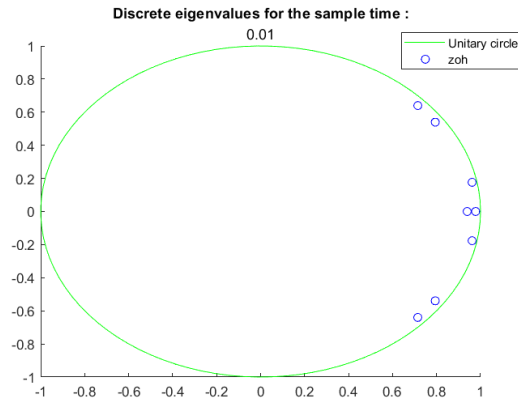
FIGURE 3 – Suivi de la consigne $w_c(t)$ par la position $w(L, t)$.



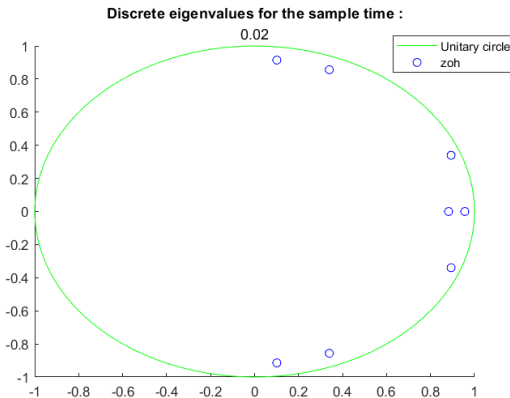
Question 9 La Figure 4 compare les valeurs propres du système en boucle fermée en temps continu avec celles obtenues après discrétisation par ZOH, pour les trois périodes d'échantillonnage proposées.



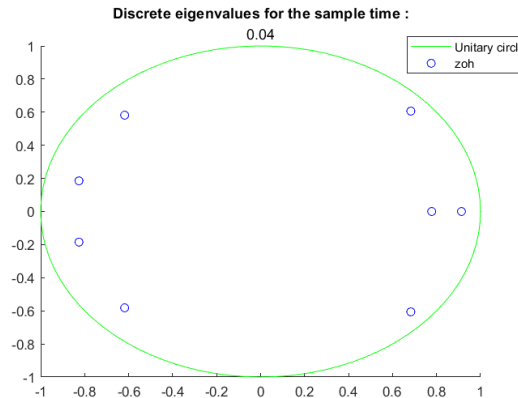
(a) Valeurs propres en temps continu.



(b) $T_s = 0,01$ s.



(c) $T_s = 0,02$ s.



(d) $T_s = 0,04$ s.

FIGURE 4 – Comparaison des valeurs propres du système en boucle fermée.

Les pôles discrets restent à l'intérieur du cercle unité pour les trois valeurs de T_s , ce qui montre que le système discret reste stable.

Question 10

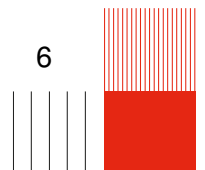
Nous avons obtenu une valeur maximale de 0,5 s pour la période d'échantillonnage.
Manque l'image!!!!!!!!!!!!!!

3 RETOUR D'ÉTAT

Question 11

Avec la fonction `lqr` de MATLAB, le gain de retour d'état obtenu est :

$$K = [0,97 \quad -14,62 \quad 0,66 \quad 1,32 \quad 19,32 \quad 0,39 \quad 2,40 \quad -2,11] \quad (17)$$



Question 12

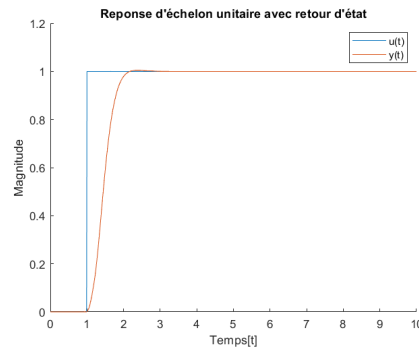


FIGURE 5 – Simulation numérique du système continu en boucle fermée.

3.1 Retour d'état par ZOH

Question 13

nous avons testé plusieurs périodes d'échantillonnage entre 0,1 s et 5 s. Les valeurs propres discrètes restent à l'intérieur du cercle unité, comme le montre la Figure 6.

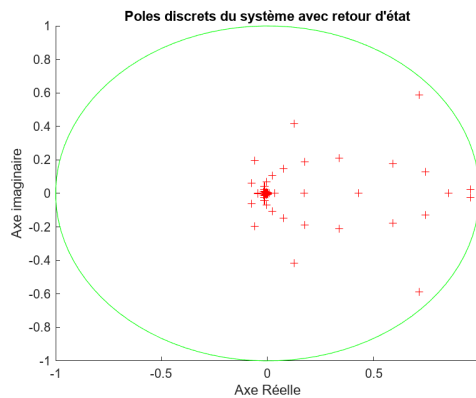
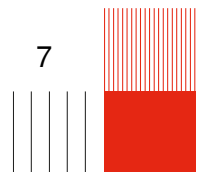


FIGURE 6 – Valeurs propres pour différentes périodes d'échantillonnage.





INSA TOULOUSE

135 avenue de Rangueil
31400 Toulouse

Tel : +33 (0)5 61 55 95 13

www.insa-toulouse.fr

